

جمهورية مصر العربية
وزارة التربية والتعليم والتعليم الفنى
الإدارة المركزية لشئون الكتب

الرِّيَاضِيَّــــاتُ

الصف الأول الإعدادي

الفصل الدراسي الأول

تأليف

جمـــال فتحـــي عبـــد الســـتار

مراجعة

أ/ سمير محمد سعداوى   أ/ فتحي أحمد شحاته

إشراف علمى

أ/ جمال الشاهد

مستشار الرياضيات

إشراف تربوى وتعديل ومراجعة

مركز تطوير المناهج والمواد التعليمية

طبعة ٢٠٢٢ - ٢٠٢٣ م

المواصفات الفنية:

مقاس الكتاب:	$\frac{1}{8}$ (٥٧ × ٨٢) سم
طبع المتن:	ألوان
طبع الغلاف:	ألوان
ورق المتن:	٧٠ جم أبيض قنا
ورق الغلاف:	١٨٠ جم كوشيه أبيض مستورد لامع
عدد الصفحات:	١٤٤ صفحة + ٤ للغلاف

رقم الإيداع: ٢٠٢٢/١٣٨٧٣

طبع بالهيئة العامة لشئون المطابع الأميرية
طبعة ٢٠٢٣/٢٠٢٢

رئيس مجلس الإدارة

محاسب/ أشرف إمام عبد السلام

الهيئة العامة لشئون المطابع الأميرية

٥٠٠٠٧ س ٢٠٢١ - ٢٧ ٠،٢٤٠



مقدمة

يسعدنا أن نقدم كتاب الرياضيات لأبنائنا وبناتنا تلاميذ الصف الأول الإعدادي على أمل أن يكون محققا لما سعينا من أجله من سهولة المعلومات ووضوح الأسلوب وتحقيق الهدف بإعداد جيل قادر على التفكير العلمي والابتكار. إن طموحات العقل الإنساني وتعلقاته قد جاوزت حدود الأرض لتخترق آفاق الفضاء الخارجي فتنقل إلينا الأقمار الصناعية وشبكات المعلومات أحدث ما يدور فيه صباح ومساء. وبفضل التقدم التكنولوجي أصبحت مصادر التعلم كثيرة ومتنوعة ووسائط المعرفة أكثر عددًا وأكبر تنوعًا والوسائل المعينة في التدريس أكبر أثرًا وأكثر تعقيدًا وأعلى قيمة.

لم تكن جمهورية مصر العربية بحضارتها لتتخلف عن مواكبة ما يشهده العالم من تقدم سريع في اكتشافات العلم وتطور هائل في تكنولوجيا التعلم فلعلك تتابع ما يحدث في تعليمنا من تطوير وما أدخل إلى مدارسنا من وسائط تعليمية متطورة.

وقد روعي في تأليف هذا الكتاب

- التعرف على الرياضيات التى تستخدم الرموز بدلا من الأعداد ، لأن دراسة الأعداد غير كافية لحل المشكلات الواقعية .
- استخدام الصور والأشكال وتوظيف الألوان في توضيح المفاهيم الرياضية وخواص الأشكال.
- التكامل والربط بين الرياضيات والمواد الدراسية الأخرى.
- تصميم المواقف التعليمية بما يساعد على أساس التعلم النشط ومهارات حل المشكلات.
- عرض الدروس بحيث يصل التلميذ بنفسه إلى المعلومات.
- تضمين الكتاب قضايا واقعية وأنشطة ومواقف تعليمية مرتبطة بمشكلات البيئة والصحة والسكان إضافة إلى قضايا تنمية القيم مثل حقوق الإنسان والمساواة والعدالة وتنمية مفاهيم الانتماء إلى الوطن.
- وفى الجزء الخاص بالأنشطة والتدريبات : يوجد أسئلة تقويمية لكل درس ، وتمارين متنوعة على كل وحدة ، واختبار فى نهاية كل وحدة ، ونشاط خاص ، ونماذج امتحانات عامة تساعد على مراجعة المقرر كاملاً .

وقد اشتمل هذا الكتاب على ٤ وحدات.

الوحدة الأولى: الأعداد النسبية- وتهدف إلى عرض خصائص الأعداد وطرق تمثيلها وإجراء العمليات الحسابية عليها وإدراك العلاقات بينها.

الوحدة الثانية: الجبر - وتعرض معنى الحدود والمقادير الجبرية وإجراء العمليات عليها.

الوحدة الثالثة: الهندسة والقياس - وتدور حول رسم أشكال هندسية ذات بعدين وثلاثة أبعاد مع وضوح خواصها وتحليل العلاقات بينها.

الوحدة الرابعة : الاحصاء وتهدف إلى الإحاطة بجمع البيانات وتنظيمها وعرضها للإجابة عن تساؤلات معينة، وإصدار أحكام على التفسيرات والتنبؤات التي يمكن الوصول إليها من تحليل بيانات معينة .

وقد روعي في شرح موضوعات الكتاب تبسيط المعلومة إلى أقصى قدر مستطاع مع تنوع التمارين وإعطاء الدارسين الفرصة للتفكير والابتكار.

المؤلف

الرموز الرياضية المستخدمة

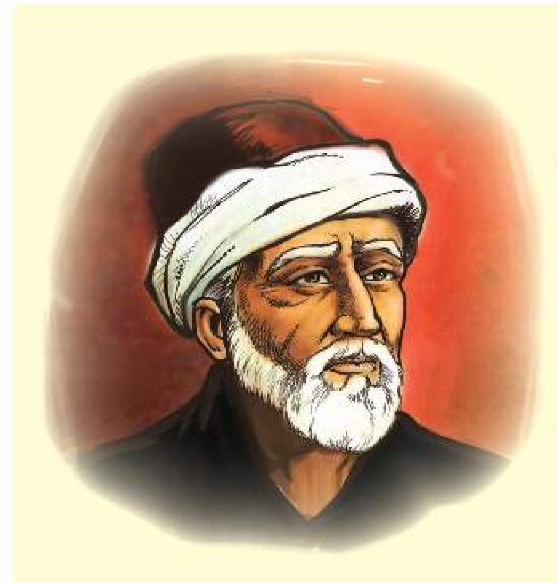
لكل رمز من الرموز الرياضية الآتية مدلوله وكيفية توظيفه

الرمز	يُقرَأُ
س = { .... ، .... ، .... }	المجموعة س تساوي
∅ أو { }	فاي (المجموعة الخالية التي لا تحتوي على أي عنصر)
∈	عنصر من أو ينتمي إلى
∉	ليس عنصرا في أو لا ينتمي إلى
⊂	محتواة في أو جزئية من
⊄	غير محتواة في أو ليست جزئية من
س ∩ ص = { أ : أ ∈ س ، أ ∈ ص }	تقاطع المجموعتين س ، ص هي المجموعة التي تشمل كل العناصر الموجودة في المجموعتين معا
س ∪ ص = { أ : أ ∈ س أو أ ∈ ص }	اتحاد المجموعتين س ، ص هو المجموعة التي تشمل كل العناصر الموجودة في المجموعتين أو كلتيهما
ط	مجموعة الأعداد الطبيعية { ٠ ، ١ ، ٢ ، ... }
ص	مجموعة الأعداد الصحيحة { ... ، ٢ ، ١ ، ٠ ، -١ ، -٢ ، ... }
ص+	مجموعة الأعداد الصحيحة الموجبة { ١ ، ٢ ، ٣ ، ... }
ص-	مجموعة الأعداد الصحيحة السالبة { -١ ، -٢ ، -٣ ، ... }
≤	أقل من أو يساوي
≥	أكبر من أو يساوي
≠	لا تساوي

الرمز	يُقْرَأُ
$\lvert ٢ \rvert$	القيمة المطلقة للعدد ٢
(٢ ، ب)	الزوج المرتب ٢ ، ب
٢ × ٢ × ... إلى ن من العوامل = ٢ ن	القوة النونية للعدد ٢ «٢ أس ن»
$\sqrt{٢}$	الجذر التربيعي للعدد ٢
//	يوازي
$\perp$	عمودي على
$\triangle$	مثلث
$\because$	بما أن
$\therefore$	إذن
∟	زاوية قائمة
$\overline{٢ ب}$	القطعة المستقيمة ٢ ب
$\overleftarrow{٢ ب}$	الشعاع ٢ ب
$\overleftrightarrow{٢ ب}$	الخط المستقيم ٢ ب
$\angle$	زاوية
$\equiv$	تطابق

المحتويات

الوَحْدَةُ الأُولَى الأَعْـــدَادُ النِّسْـــبِيَّةُ



محمد بن أحمد أبو الريحان البيروني
(ولد سنة ٣٦٢ هـ / ٩٧٣ م)

ذَكَرَ الْبَيْرُونِيُّ وَهُوَ مِنْ مَشَاهِيرِ الرِّيَاضِيِّينَ الْعَرَبِ أَنَّ صُوَرَ الْحُرُوفِ وَأَرْقَامَ الْحِسَابِ تَخْتَلِفُ فِي الْهِنْدِ بِاخْتِلَافِ الْمَحَلَّاتِ وَأَنَّ الْعَرَبَ أَخَذُوا أَحْسَنَ مَا عِنْدَهُمْ فَهَذَّبُوا بَعْضَهَا وَكَوَّنُوا مِنْ ذَلِكَ سِلْسِلَتَيْنِ عُرِفَت إِحْدَاهُما:

الأَرْقَامُ الْهِنْدِيَّةُ

١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩، ٠

وتُسْتَخْدَمُ فِي الشَّرْقِ الْعَرَبِيِّ وَهِيَ مِن أَصْلٍ هِنْدِيٍّ

الأَرْقَامُ الأَنْدَلُسِيَّةُ (الْغُبَارِيَّةُ)

1، 2، 3، 4، 5، 6، 7، 8، 9، 0

وتُسْتَخْدَمُ فِي الْمَغْرِبِ الْعَرَبِي وَالأَنْدَلُسِ

مُحْتَوَيَاتُ الوَحْدَةِ

الدَّرْسُ الأَوَّلُ

مَجْمُوعَةُ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ

نَعْلَمُ أَنَّ

- ٢ = $\frac{٢}{١}$ ← $\frac{أ}{ب}$ ، ٢ ∈ ص
- صفر = $\frac{صفر}{١}$ ← $\frac{أ}{ب}$ ، صفر ∈ ص
- -١ = -$\frac{١}{١}$ ← -$\frac{أ}{ب}$ ، -١ ∈ ص
- -١$\frac{٣}{٤}$ = -$\frac{٧}{٤}$ ← -$\frac{أ}{ب}$ ، -١$\frac{٣}{٤}$ ∉ ص
- -١,٢٥ = -$\frac{٥}{٤}$ ← -$\frac{أ}{ب}$ ، -١,٢٥ ∉ ص

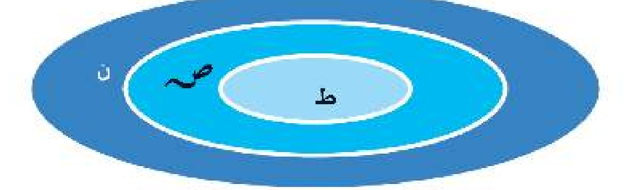
يُكْتَبُ الْعَدَدُ النِّسْبِيُّ عَلَى الصُّورَةِ $\frac{أ}{ب}$، حَيْثُ أ ، ب أَعْدَادٌ صَحِيحَةٌ ، ب ≠ صِفْر

مَجْمُوعَةُ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ

ن = { س : س = $\frac{أ}{ب}$ ، أ ، ب ∈ ص ، ب ≠ صفر }

ص ⊂ ن

مَجْمُوعَةُ الأَعْدَادِ الصَّحِيحَةِ مَجْمُوعَةٌ جُزْئِيَّةٌ مِنَ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ. أَيْ أَنَّ ص مَجْمُوعَةٌ جُزْئِيَّةٌ مِنْ ن



ط ⊂ ص ⊂ ن

وَيُمْكِنُ تَمْثِيلُ مَجْمُوعَةِ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ عَلَى خَطِّ الأَعْدَادِ.

ك   م

-١   -$\frac{٣}{٤}$ -$\frac{١}{٢}$ -$\frac{١}{٤}$ ٠ $\frac{١}{٤}$ $\frac{١}{٢}$ $\frac{٣}{٤}$ ١

تُمَثِّلُ النُّقْطَةُ م مُنْتَصَفَ المَسَافَةِ بَيْنَ ٠ ، ١ العَدَدَ النِّسْبِيَّ $\frac{١}{٢}$ وَيُقْرَأُ العَدَدُ النِّسْبِيُّ مُوجَبُ نِصْفٍ

تُمَثِّلُ النُّقْطَةُ ك مُنْتَصَفَ المَسَافَةِ بَيْنَ ٠ ، -١ العَدَدَ النِّسْبِيَّ -$\frac{١}{٢}$ وَيُقْرَأُ العَدَدُ النِّسْبِيُّ سَالِبُ نِصْفٍ

مثـــال ١

اكْتُبْ الأعدادَ الآتيةَ على الصورةِ $\frac{أ}{ب}$

(أ) $|-\frac{1}{3}\ 9|$ (ب) ٠,١٥ (جـ) ٤٠٪

الحَـــلُّ

(أ) $|-\frac{1}{3}\ 9| = 9\frac{1}{3} = \frac{28}{3}$

(ب) $0{,}15 = \frac{15}{100} = \frac{3}{20}$

(جـ) $40\% = \frac{40}{100} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

مثـــال ٢

اكْتُبْ الأعدادَ الآتيةَ على صورةِ أعدادٍ عشريةٍ و نسبة مئوية .

(أ) $\frac{16}{25}$ (ب) $|-\frac{1}{4}\ 2|$ (جـ) $\frac{25}{8}$

الحَـــلُّ

(أ) $\frac{16}{25} = \frac{16\times4}{25\times4} = \frac{64}{100} = 0{,}64 = 64\%$

(ب) $|-\frac{1}{4}\ 2| = 2\frac{1}{4} = \frac{9}{4} = 2{,}25 = 225\%$

(جـ) $\frac{25}{8} = 3\frac{1}{8} = 3{,}125 = 312{,}5\ \%$



الأَشْكَالُ الْمُخْتَلِفَةُ لِلْعَدَدِ النِّسْبِيِّ

- كِتَابَةُ أَعْدَادٍ نِسْبِيَّةٍ مِثْلِ $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٧}{٥}$ كَعَدَدٍ عَشْرِيٍّ مُنْتَهٍ :

$\frac{٣}{٤} = ٠,٧٥ = ٠,٧٥٠ = ...$ $\frac{٧}{٥} = \frac{١٤}{١٠} = ١,٤ = ١,٤٠ = ...$

- كِتَابَةُ أَعْدَادٍ نِسْبِيَّةٍ مِثْلِ $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٧}{٥}$ عَلَى صُورَةِ نِسْبَةٍ مِئَوِيَّةٍ :

$\frac{٣}{٤} = \frac{٣ \times ٢٥}{٤ \times ٢٥} = \frac{٧٥}{١٠٠} = ٧٥٪$ $\frac{٧}{٥} = \frac{٧ \times ٢٠}{٥ \times ٢٠} = \frac{١٤٠}{١٠٠} = ١٤٠٪$

- كِتَابَةُ أَعْدَادٍ نِسْبِيَّةٍ مِثْلِ $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٢}{١١}$ كَعَدَدٍ عَشْرِيٍّ دائِرِيٍّ غَيْرِ مُنْتَهٍ :

$\frac{١}{٣} = ٠,٣٣٣... = ٠,\dot{٣}$ $\frac{٢}{١١} = ٠,١٨١٨١٨... = ٠,\dot{١}\dot{٨}$

يُقْرَأُ ٠,٣ دَائِرٌ

وَضْعُ النُّقْطَةِ فَوْقَ الرَّقْمِ مَعْنَاهُ أَنَّ الْعَدَدَ دَائِرٌ

فمثلاً :

لكتابة العدد $\frac{١}{٣}$ كعدد عشري دائري غير منته باستخدام الألة الحاسبة ،ندخل العدد $\frac{١}{٣}$ علي الألة الحاسبةثم نضغط علي علامه [=] فنحصل علي ٠,٣٣٣٣٠٠٠ كما ظهر بالألة .

ولكتابة العدد $٠,\dot{٣}$ علي صورة عدد نسبي باستخدام الألة الحاسبة ندخل العدد ٠,٣٣٣٣٣٠٠٠ ونكرر العدد ٣ حتي أخر الشاشة الموجودة ثم نضغط علي علامة [=] فنحصل علي العدد النسبي $\frac{١}{٣}$

أي أن : $٠,\dot{٣} = \frac{١}{٣}$

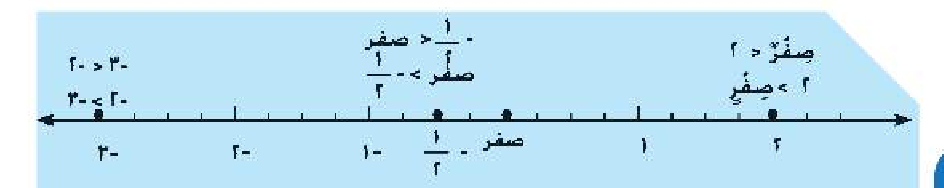
مثال : لكتابة العدد $٠,١\dot{٤}\dot{٥}$ علي صورة عدد نسبى، ندخله بالألة الحاسبة علي الصورة ٠,١٤٥٤٥٠٠٠

ونكرر العدد ٤٥ حتي آخر الشاشة ثم نضغط علي [=]

فنحصل علي العدد النسبي $\frac{٨}{٥٥}$ أي أن : $٠,١\dot{٤}\dot{٥} = \frac{٨}{٥٥}$

الدَّرْسُ الثَّاني مُقَارَنَةُ وَتَرْتِيبُ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ

خَطُّ الأَعْدَادِ



إِذَا كَانَتِ النُّقْطَةُ الَّتِي تُمَثِّلُ الْعَدَدَ النِّسْبِيَّ «أ» تَقَعُ عَلَى يَسَارِ عَدَدٍ نِسْبِيٍّ «ب» فَإِنَّ

أ < ب (أَقَلُّ مِنْ) ، ب > أ (أَكْبَرُ مِنْ)

التَّرْتِيبُ التَّصَاعُدِيُّ لِلأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ -٣ ، صِفْرٌ، ٢ ، $-\frac{1}{2}$ ، هُوَ: -٣ ، $-\frac{1}{2}$ ، صِفْرٌ، ٢

التَّرْتِيبُ التَّنَازُلِيُّ لِلأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ -٣ ، صِفْرٌ، ٢ ، $-\frac{1}{2}$ ، هُوَ: ٢ ، صِفْرٌ، $-\frac{1}{2}$ ، -٣

مثال ١

مَثِّلِ الأَعْدَادَ النِّسْبِيَّةَ ٣ ، $-\frac{3}{2}$ ، $\frac{5}{2}$ ، صِفْر ، -٤ عَلَى خَطِّ الأَعْدَادِ ثُمَّ رَتِّبْهَا تَصَاعُدِيًّا

الحَلُّ



التَّرْتِيبُ التَّصَاعُدِيُّ هُوَ: -٤ ، $-\frac{3}{2}$ ، صفر ، $\frac{5}{2}$ ، ٣

> يُمْكِنُكَ تَرْتِيبُ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ حَسَبَ مَوْضِعِهَا عَلَى خَطِّ الأَعْدَادِ

مثال ٢

أَيُّهُمَا أَكْبَرُ $\frac{4}{7}$ أم $\frac{3}{5}$ ؟

الحَلُّ

م.م.أ لِلْمَقَامَاتِ ٧ ، ٥ هُوَ ٣٥

$\frac{4}{7} = \frac{4 \times 5}{7 \times 5} = \frac{20}{35}$

$\frac{3}{5} = \frac{3 \times 7}{5 \times 7} = \frac{21}{35}$

$\Leftarrow \frac{21}{35} > \frac{20}{35}$

العَدَدُ النِّسْبِيُّ $\frac{3}{5}$ أَكْبَرُ مِنَ العَدَدِ النِّسْبِيِّ $\frac{4}{7}$

مثال ٣

أَيُّهُمَا أَكْبَرُ $-\frac{2}{3}$ أم $-\frac{3}{4}$ ؟

الحَلُّ

م.م.أ لِلْمَقَامَاتِ ٣ ، ٤ هُوَ ١٢

$-\frac{2}{3} = -\frac{2 \times 4}{3 \times 4} = -\frac{8}{12}$

$-\frac{3}{4} = -\frac{3 \times 3}{4 \times 3} = -\frac{9}{12}$

$\Leftarrow -\frac{8}{12} > -\frac{9}{12}$

العَدَدُ النِّسْبِيُّ $-\frac{2}{3}$ أَكْبَرُ مِنْ $-\frac{3}{4}$

مثال ٤

اكتب ثلاثة أعداد نسبية تقع بين $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٢}{٣}$

الحَــلُّ

يلزم لذلك توحيد مقامى العددين النسبيين أولاً :

م . م . أ للمقامات ٥ ، ٣ هو ١٥

$$\frac{٤}{٥} = \frac{٤ \times ٣}{٥ \times ٣} = \frac{١٢}{١٥}$$

$$\frac{٢}{٣} = \frac{٢ \times ٥}{٣ \times ٥} = \frac{١٠}{١٥}$$

⟸ العدد النسبى $\frac{١١}{١٥}$ يقع بين العددين $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٢}{٣}$

لأن $\frac{١٠}{١٥} < \frac{١١}{١٥} < \frac{١٢}{١٥}$

ولكى نوجد ثلاثة أعداد محصورة بينهما :

نضرب بسط ومقام العددين $\frac{١٢}{١٥}$ ، $\frac{١٠}{١٥}$ فى ٢

$$\frac{١٢}{١٥} = \frac{١٢ \times ٢}{١٥ \times ٢} = \frac{٢٤}{٣٠}$$

$$\frac{٢}{٣} = \frac{١٠ \times ٢}{١٥ \times ٢} = \frac{٢٠}{٣٠}$$

⟸ الأعداد الثلاثة المطلوبة هى :

$\frac{٢١}{٣٠}$ ، $\frac{٢٢}{٣٠}$ ، $\frac{٢٣}{٣٠}$

لأن: $\frac{٢٠}{٣٠} < \frac{٢١}{٣٠} < \frac{٢٢}{٣٠} < \frac{٢٣}{٣٠} < \frac{٢٤}{٣٠}$

ويمكن ايجاد المزيد من الأعداد النسبية المحصورة بين العددين

(أوجد ثلاثة أعداد نسبية أخرى تقع بين $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٢}{٣}$)

لذلك يمكن القول أنه :

> **لأى عددين نسبيين مختلفين يوجد عدد لا نهائى من الأعداد النسبية المحصورة بينهما.** (تسمى هذه الخاصية كثافة الأعداد النسبية .)

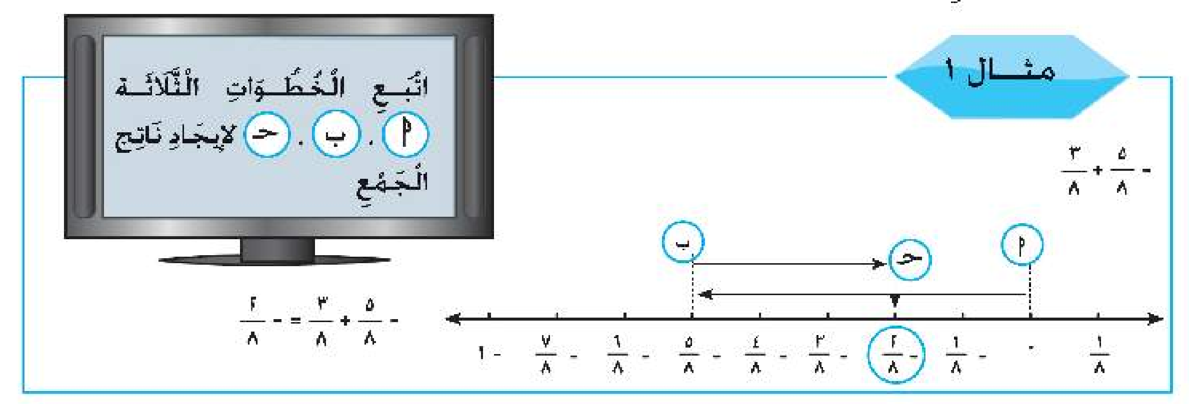
الدَّرْسُ الثَّالِث

جَمْعُ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ

تَمْثِيلُ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ عَلَى خَطِّ الأَعْدَادِ يُسَاعِدُكَ عَلَى جَمْعِهَا:

مثال ١

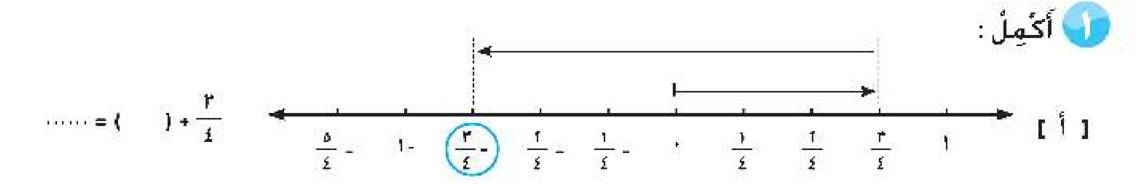
$-\frac{٥}{٨} + \frac{٣}{٨}$



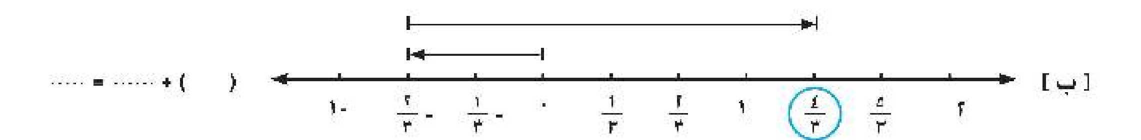
$-\frac{٥}{٨} + \frac{٣}{٨} = -\frac{٢}{٨}$

١ أَكْمِلْ :

[أ] $\frac{٣}{٤} + (\quad) = \cdots\cdots$



[ب] $(\quad) + \cdots\cdots = \cdots\cdots$



[جـ] $(\quad) + (\quad) = \cdots\cdots$

$\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، ٠ ، $-\frac{١}{٥}$ ، $-\frac{٢}{٥}$ ، $-\frac{٣}{٥}$ ، $-\frac{٤}{٥}$ ، -١ ، $-\frac{٦}{٥}$ ، $-\frac{٧}{٥}$

[د] $\cdots\cdots + (\quad) = \cdots\cdots$

$\frac{٦}{١٠}$ ، $\frac{٥}{١٠}$ ، $\frac{٤}{١٠}$ ، $\frac{٣}{١٠}$ ، $\frac{٢}{١٠}$ ، $\frac{١}{١٠}$ ، ٠ ، $-\frac{١}{١٠}$ ، $-\frac{٢}{١٠}$ ، $-\frac{٣}{١٠}$

٢ اسْتَخْدِمْ خَطَّ الأَعْدَادِ فِي جَمْعِ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ الآتِيَةِ :

[أ] $\frac{٥}{٨} + (-\frac{٣}{٨})$

[ب] $-\frac{١}{٣} + \frac{٥}{٣}$

[جـ] $-\frac{٣}{٤} + (-\frac{١}{٤})$

مثال ٢

احْسِبْ قِيمَةَ كُلٍّ مِمَّا يَأْتِي فِي أَبْسَطِ صُورَةٍ:

[أ] $-\frac{4}{5} + (-\frac{3}{2})$

[ب] $3\frac{1}{4} + (-2\frac{1}{3})$

الحَـــلُّ

[أ] م.م.أ لِلْمَقَامَاتِ ٥ ، ٢ = ١٠

$-\frac{4}{5} + (-\frac{3}{2}) = -(\frac{4\times 2}{5\times 2}) + (-\frac{3\times 5}{2\times 5})$

$= -\frac{8}{10} + (-\frac{15}{10})$

$= -\frac{23}{10}$

[ب] م.م.أ لِلْمَقَامَاتِ ٤ ، ٣ = ١٢

$3\frac{1}{4} + (-2\frac{1}{3}) = 3\frac{1\times 3}{4\times 3} + (-2\frac{1\times 4}{3\times 4})$

$= 3\frac{3}{12} + (-2\frac{4}{12})$

$= 2\frac{15}{12} + (-2\frac{4}{12}) = \frac{11}{12}$

مثال ٣

أحسِبْ قيمة كلٍ يأتي في أبسطِ صورةٍ :

(أ) $1\frac{5}{8} + (-7\frac{3}{4})$

(ب) $\frac{1}{5} + (-4\frac{1}{3})$

الحَـــلُّ

(أ) م.م.أ للمقامات ٨ ، ٤ = ٨

$1\frac{5}{8} + (-7\frac{3}{4}) = 1\frac{5}{8} + (-7\frac{3\times 2}{4\times 2})$

$= 1\frac{5}{8} + (-7\frac{6}{8})$

$= -6\frac{1}{8}$

(ب) م.م.أ للمقامات ٥ ، ٣ = ١٥

$\frac{1}{5} + (-4\frac{1}{3}) = \frac{1\times 3}{5\times 3} + (-4\frac{1\times 5}{3\times 5})$

$= \frac{3}{15} + (-4\frac{5}{15})$

$= -4\frac{2}{15}$

الدَّرْسُ الرَّابِعُ خَوَاصُّ عَمَلِيَّةِ الْجَمْعِ فِي مَجْمُوعَةِ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ

أَكْمِلْ

[أ] $\frac{٢}{٣} + \frac{٣}{٤} = ...$ هَلْ نَاتِجُ الْجَمْعِ عَدَدٌ نِسْبِيٌّ ؟

[ب] $-\frac{٣}{٥} + \frac{٢}{٥} = ...$

، $\frac{٢}{٥} + (-\frac{٣}{٥}) = ...$ هَلْ تَتَأَثَّرُ عَمَلِيَّةُ الْجَمْعِ بِتَبْدِيلِ الْعَدَدَيْنِ ؟

[جـ] $(-\frac{٥}{٣} + \frac{٢}{٣}) + \frac{١}{٣} = (\quad) + \frac{١}{٣} = ...$

، $-\frac{٥}{٣} + (\frac{٢}{٣} + \frac{١}{٣}) = -\frac{٥}{٣} + ... = ...$ هَلْ تَتَأَثَّرُ عَمَلِيَّةُ الْجَمْعِ بِدَمْجِ عَدَدَيْنِ مَعًا؟

[د] $-\frac{٨}{٣} +$ صفر $= ......$

، صفر $+ (-\frac{٤}{٧}) = ...$ هَلْ تَتَغَيَّرُ قِيمَةُ الْعَدَدِ النِّسْبِيِّ عِنْدَ إِضَافَةِ الصِّفْرِ؟

[هـ] $\frac{٩}{٨} + (-\frac{٩}{٨}) = ...$ مَاذَا تُلَاحِظُ ؟

لِأَيِّ أَعْدَادٍ نِسْبِيَّةٍ $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{حـ}{ء}$ ، $\frac{هـ}{و}$ يَكُونُ :

الْخَاصِّيَّةُ	اسْتِخْدَامُ الرُّمُوزِ	مِثَالٌ
١- الِانْغِلَاقُ	$\frac{أ}{ب} + \frac{حـ}{ء} = \frac{أ ء + ب حـ}{ب ء} \in ن$	إِذَا كَانَ $\frac{١}{٢}$ ، $٢ \in ن$ فَإِنَّ $\frac{١}{٢} + ٢ = ... \in ن$
٢- الْإِبْدَالُ	$\frac{أ}{ب} + \frac{حـ}{ء} = \frac{حـ}{ء} + \frac{أ}{ب}$	
٣- الدَّمْجُ	$(\frac{أ}{ب} + \frac{حـ}{ء}) + \frac{هـ}{و} = \frac{أ}{ب} + (\frac{حـ}{ء} + \frac{هـ}{و})$ $= \frac{أ}{ب} + \frac{حـ}{ء} + \frac{هـ}{و}$	
٤- الْعَدَدُ الْمُحَايِدُ الْجَمْعِيُّ	$\frac{أ}{ب} + ٠ = ٠ + \frac{أ}{ب} = \frac{أ}{ب}$	
٥- وُجُودُ الْمَعْكُوسِ الْجَمْعِيِّ	لِكُلِّ عَدَدٍ نِسْبِيٍّ $\frac{أ}{ب}$ مَعْكُوسٌ جَمْعِيٌّ $-\frac{أ}{ب}$ حَيْثُ $\frac{أ}{ب} + (-\frac{أ}{ب}) =$ صِفْرًا	

- عِنْدَ إِضَافَةِ الصِّفْرِ لأَيِّ عَدَدٍ نِسْبِيٍّ لا تَتَغَيَّرُ قِيمَتُهُ.
- الصِّفْرُ عَدَدٌ مُحَايِدٌ بِالنِّسْبَةِ لِعَمَلِيَّةِ الجَمْعِ فِي الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ.
- المَعْكُوسُ الجَمْعِيُّ لِلْعَدَدِ صِفْرٍ هُوَ نَفْسُهُ.

مثـــال ١

احْسِبْ قيمةَ كلٍ مما يأتى مع ذكرِ الخاصيةِ :

(أ) $\frac{5}{10} + (\frac{-7}{10})$ ، $(\frac{-7}{10}) + \frac{5}{10}$

(ب) $(\frac{1}{8} + \frac{3}{8}) + \frac{2}{8}$ ، $\frac{1}{8} + (\frac{3}{8} + \frac{2}{8})$

(جـ) $\frac{4}{5} + (\frac{-4}{5})$ ، $-\frac{5}{12} + \frac{5}{12}$

الحَـــلُّ

(أ) $\frac{5}{10} + (\frac{-7}{10}) = \frac{-2}{10}$

$(\frac{-7}{10}) + \frac{5}{10} = \frac{-2}{10}$

$\therefore \frac{5}{10} + (\frac{-7}{10}) = (\frac{-7}{10}) + \frac{5}{10} = \frac{-2}{10}$ خاصية الإبدال

(ب) $(\frac{1}{8} + \frac{3}{8}) + \frac{2}{8} = \frac{4}{8} + \frac{2}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

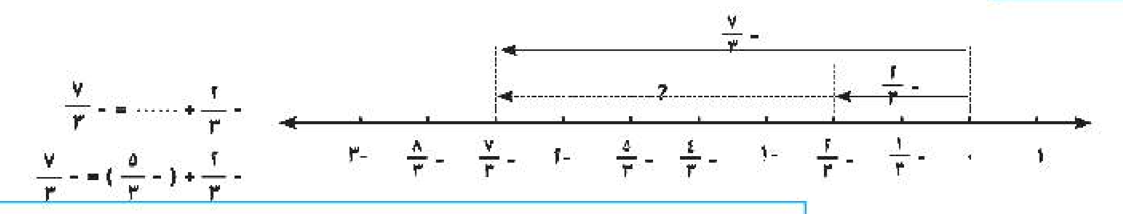
$\frac{1}{8} + (\frac{3}{8} + \frac{2}{8}) = \frac{1}{8} + \frac{5}{8} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

$\therefore (\frac{1}{8} + \frac{3}{8}) + \frac{2}{8} = \frac{1}{8} + (\frac{3}{8} + \frac{2}{8}) = \frac{3}{4}$ خاصية الدمج

(جـ) $\frac{4}{5} + (\frac{-4}{5}) = \frac{4-4}{5} =$ صفر

$\frac{-5}{12} + \frac{5}{12} = \frac{-5+5}{12} =$ صفر خاصية المعكوس الجمعى

طَرْحُ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ



عَمَلِيَّةُ الطَّرْحِ ($\frac{أ}{ب} - \frac{ج}{د}$) هِيَ عَمَلِيَّةُ جَمْعِ المَطْرُوحِ مِنْهُ $\frac{أ}{ب}$ مَعَ المَعْكُوسِ الجَمْعِيِّ لِلْمَطْرُوحِ $\frac{ج}{د}$ أَيْ أَنَّ : $\frac{أ}{ب} - \frac{ج}{د} = \frac{أ}{ب} + (-\frac{ج}{د})$

مثال ١

احْسِبْ قِيمَةَ كُلٍّ مِمَّا يَأْتِي فِي أَبْسَطِ صُورَةٍ :

[أ] $\frac{٩}{٢} - \frac{١٣}{٤}$

[ب] $-٣\frac{٢}{٣} - ٢\frac{٥}{٦}$

الحَلُّ

[أ] م.م.أ لِلْمَقَامَاتِ ٢ ، ٤ = ٤

$\frac{٩}{٢} - \frac{١٣}{٤} = \frac{٩ \times ٢}{٢ \times ٢} + (-\frac{١٣}{٤})$

$= \frac{١٨}{٤} + (-\frac{١٣}{٤}) = \frac{٥}{٤}$

[ب] م.م.أ لِلْمَقَامَاتِ ٣ ، ٦ = ٦

$-٣\frac{٢}{٣} - ٢\frac{٥}{٦} = -٣\frac{٢ \times ٢}{٣ \times ٢} + (-٢\frac{٥}{٦})$

$= -٣\frac{٤}{٦} + (-٢\frac{٥}{٦}) = -٥\frac{٩}{٦}$

$= -٦\frac{٣}{٦} = -٦\frac{١}{٢}$

مثال ٢

احسب ناتج كل مما يأتي في أبسط صورة :

(أ) $\frac{٤}{١٥} - ٠,٢$

(ب) $٢٠\% - \left|\frac{-١}{٥}\right|$

الحل

(أ) $\frac{٤}{١٥} - ٠,٢ = \frac{٤}{١٥} - \frac{٢}{١٠} = \frac{٨-٦}{٣٠} = \frac{٢}{٣٠} = \frac{١}{١٥}$

(ب) $٢٥\% - \left|\frac{-١}{٥}\right| = \frac{١}{٤} - \frac{١}{٥} = \frac{٥-٤}{٢٠} = \frac{١}{٢٠}$

الدَّرْسُ السَّادِسُ ضَرْبُ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ

ضَرْبُ عَدَدَيْنِ نِسْبِيَّيْنِ

لِضَرْبِ عَدَدَيْنِ نِسْبِيَّيْنِ يَلْزَمُ ضَرْبُ بَسْطِهِمَا أَوَّلًا لِتَحْصُلَ عَلَى بَسْطِ حَاصِلِ الضَّرْبِ ثُمَّ ضَرْبُ مَقَامَيْهِمَا ثَانِيًا لِتَحْصُلَ عَلَى مَقَامِ حَاصِلِ الضَّرْبِ.

أَكْمِلْ :

$\frac{٢}{٥} \times \frac{٤}{٣} = \frac{٢ \times ٤}{٥ \times ٣} = \frac{...}{...}$ ، $-\frac{٢}{٣} \times \frac{٦}{٧} = -\frac{٢ \times ٦}{٣ \times ٧} = \frac{...}{...}$

إِذَا كَانَ $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{ء}$ عَدَدَيْنِ نِسْبِيَّيْنِ

فَإِنَّ : $\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{ء} = \frac{أ \times جـ}{ب \times ء}$

مثـــال ١

أَوْجِدِ النَّاتِجَ فِى كُلٍّ مِمَّا يَلِى:

(أ) $\frac{٢}{٥} \times \frac{٤}{٣}$

(ب) $\frac{٣}{٧} \times \frac{-٤}{٥}$

(جـ) $\frac{-٢}{٩} \times \frac{-١}{٩}$

الحَـــلُّ

(أ) $\frac{٢}{٥} \times \frac{٤}{٣} = \frac{٢ \times ٤}{٥ \times ٣} = \frac{٨}{١٥}$

(ب) $\frac{٣}{٧} \times \frac{-٤}{٥} = \frac{٣ \times -٤}{٧ \times ٥} = \frac{-١٢}{٣٥}$

(جـ) $\frac{-٢}{٩} \times \frac{-١}{٩} = \frac{-٢ \times -١}{٩ \times ٩} = \frac{٢}{٩^{٢}} = \frac{٢}{٨١}$

الدَّرسُ السابع: خَوَاصُّ عَمَلِيَّةِ الضَّرْبِ فِي مَجْمُوعَةِ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ

١ اضْرِبْ : $\frac{2}{3} \times \frac{3}{4} = ...$

هَلْ حَاصِلُ الضَّرْبِ عَدَدٌ نِسْبِيٌّ ؟

٢ أَكْمِلِ الجَدْوَلَ الآتِي :

▲ × ●	▲	●	● × ▲
......	$\frac{1}{2}$	$-\frac{2}{5}$	......
......	$-\frac{4}{7}$	$-\frac{1}{3}$	......

هَلْ تَتَأَثَّرُ عَمَلِيَّةُ الضَّرْبِ بِتَبْدِيلِ العَدَدَيْنِ؟

٣ أَكْمِلْ :

[أ] $\left[\left(-\frac{2}{5}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right)\right] \times \frac{1}{3} = \frac{....}{20} \times \frac{1}{3} = \frac{....}{60}$

، $-\frac{2}{5} \times \left[\left(-\frac{3}{4}\right) \times \frac{1}{3}\right] = -\frac{2}{5} \times \frac{....}{12} = \frac{....}{60}$

هَلْ تَتَأَثَّرُ عَمَلِيَّةُ الضَّرْبِ بِدَمْجِ عَدَدَيْنِ نِسْبِيَّيْنِ؟

[ب] $-\frac{3}{5} \times 1 = ...$ ، $1 \times \left(-\frac{7}{8}\right) = ...$

هَلْ تَتَغَيَّرُ قِيمَةُ العَدَدِ النِّسْبِيِّ عِنْدَ ضَرْبِهِ فِي الوَاحِدِ؟

[جـ] $\frac{5}{9} \times \frac{9}{5} = ...$ ، $-\frac{7}{2} \times \left(-\frac{2}{7}\right) = ...$

مَاذَا تُلَاحِظُ ؟

[د] $-\frac{1}{2} \times \left[\frac{3}{7} + \left(-\frac{2}{7}\right)\right] = -\frac{1}{2} \times \frac{....}{7} = \frac{....}{14}$

، $-\frac{1}{2} \times \frac{3}{7} + \left(\left(-\frac{1}{2}\right) \times -\frac{2}{7}\right) = -\frac{....}{14} + \frac{....}{14} = \frac{....}{14}$

مَاذَا تُلَاحِظُ ؟

٤ اكْتُبْ مِثَالًا لِكُلِّ خَاصِّيَّةٍ مِنْ خَوَاصِّ عَمَلِيَّةِ الضَّرْبِ فِي مَجْمُوعَةِ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ :

لِأَيِّ أَعْدَادٍ نِسْبِيَّةٍ $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{د}$ ، $\frac{هـ}{و}$ يَكُونُ :

الخَاصِّيَّةُ	اسْتِخْدَامُ الرُّمُوزِ	مِثَالٌ
١- الانْغِلَاقُ	$\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{د} = \frac{أ جـ}{ب د} \in ن$	إِذَا كَانَ $\frac{١}{٤}$ ، $-\frac{٢}{٣} \in ن$ فَإِنَّ $\frac{١}{٤} \times (-\frac{٢}{٣}) = ... \in ن$
٢- الإِبْدَالُ	$\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{د} = \frac{جـ}{د} \times \frac{أ}{ب}$	
٣- الدَّمْجُ	$(\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{د}) \times \frac{هـ}{و}$ $= \frac{أ}{ب} \times (\frac{جـ}{د} \times \frac{هـ}{و})$ $= \frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{د} \times \frac{هـ}{و}$	
٤- العَدَدُ المُحَايِدُ الضَّرْبِيُّ	$\frac{أ}{ب} \times ١ = ١ \times \frac{أ}{ب} = \frac{أ}{ب}$	
٥- وُجُودُ المَعْكُوسِ الضَّرْبِيِّ	لِكُلِّ عَدَدٍ نِسْبِيٍّ $\frac{أ}{ب} \neq$ صفر مَعْكُوسٌ ضَرْبِيٌّ $\frac{ب}{أ}$ حَيْثُ $\frac{أ}{ب} \times \frac{ب}{أ} = ١$	
٦- تَوْزِيعُ الضَّرْبِ عَلَى الجَمْعِ	$\frac{أ}{ب} \times (\frac{جـ}{د} + \frac{هـ}{و}) =$ $(\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{د}) + (\frac{أ}{ب} \times \frac{هـ}{و})$	

- عِنْدَ ضَرْبِ الوَاحِدِ فِي أَيِّ عَدَدٍ نِسْبِيٍّ لَا تَتَغَيَّرُ قِيمَةُ هذا العدد النسبى
- عِنْدَ ضَرْبِ الصفر فِي أَيِّ عَدَدٍ نِسْبِيٍّ يَكُون حَاصِلُ الضَّرْبِ صفرا
- الوَاحِدُ عَدَدٌ مُحَايِدٌ بِالنِّسْبَةِ لِعَمَلِيَّةِ الضَّرْبِ فِي الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ
- لَا يُوجَدُ مَعْكُوسٌ ضَرْبِيٌّ لِلْعَدَدِ صِفْرٍ لِأَنَّ $\frac{أ}{صفر}$ لَيْسَ لَهُ مَعْنًى

الدَّرْسُ الثَّامِنُ قِسْمَةُ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ

قِسْمَةُ عَدَدَيْنِ نِسْبِيَّيْنِ

لِقِسْمَةِ العَدَدِ النِّسْبِيِّ $-\frac{٢}{٣}$ عَلَى العَدَدِ النِّسْبِيِّ $\frac{٤}{٥}$ ،
نَضْرِبُ $-\frac{٢}{٣}$ فِي المَعْكُوسِ الضَّرْبِيِّ لِلْعَدَدِ $\frac{٤}{٥}$ وَهُوَ $\frac{٥}{٤}$.

أَكْمِلْ

$$-\frac{٢}{٣} \div \frac{٤}{٥} = -\frac{٢}{٣} \times \frac{٥}{٤} = -\frac{.....}{.....} = -\frac{.....}{.....}$$

إِذَا كَانَ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}}$ ، $\frac{\text{جـ}}{\text{د}}$ عَدَدَيْنِ نِسْبِيَّيْنِ ،
$\frac{\text{جـ}}{\text{د}} \neq$ صِفْر فَإِنَّ $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \div \frac{\text{جـ}}{\text{د}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{د}}{\text{جـ}}$

مثـــال ١

احْسِبْ قِيمَةَ كُلٍّ مِمَّا يَأْتِي:

[أ] $-\frac{٥}{٤} \div (-\frac{٢}{٣})$

[ب] $-٣\frac{٣}{٤} \div (-٢\frac{١}{٤})$

الْحَــــلُّ

المَقْسُومُ سَالِبٌ ، وَالمَقْسُومُ عَلَيه سَالِبٌ ،فَإِنَّ خَارِجَ القِسْمَةِ يَكُونُ مُوجَبًا

[أ] $-\frac{٥}{٤} \div (-\frac{٢}{٣}) = -\frac{٥}{٤} \times (-\frac{٣}{٢})$

$= \frac{٥ \times ٣}{٢ \times ٤}$

$= \frac{١٥}{٨}$

[ب] $-٣\frac{٣}{٤} \div (-٢\frac{١}{٤}) = \frac{١٥}{٤} \div \frac{٩}{٤}$

$= \frac{١٥}{٤} \times \frac{٤}{٩}$

$= \frac{١٥}{٩} = \frac{٥}{٣}$

مثـــال ٢

إِذَا كَانَ $\text{أ} = \frac{٣}{٤}$ ، $\text{ب} = -\frac{٥}{٢}$ فَأَوْجِدْ فِي أَبْسَطِ صُورَةٍ قِيمَةَ المِقْدَارِ : $\frac{\text{أ} - \text{ب}}{\text{أ} + \text{ب}}$

الْحَــــلُّ

$$\frac{\text{أ} - \text{ب}}{\text{أ} + \text{ب}} = \frac{\frac{٣}{٤} - (-\frac{٥}{٢})}{\frac{٣}{٤} + (-\frac{٥}{٢})} = \frac{\frac{٣}{٤} + (\frac{٥ \times ٢}{٢ \times ٢})}{\frac{٣}{٤} + (-\frac{٥ \times ٢}{٢ \times ٢})} = \frac{\frac{٣}{٤} + \frac{١٠}{٤}}{\frac{٣}{٤} + (-\frac{١٠}{٤})} = \frac{\frac{١٣}{٤}}{-\frac{٧}{٤}}$$

$$= \frac{١٣}{٤} \times (-\frac{٤}{٧}) = -\frac{١٣}{٧}$$

تطبيقات على الأعداد النسبية :

مثال ١

أَوْجِدْ عَدَدًا نِسْبِيًّا يَقَعُ عند مُنْتَصَفِ الْمَسَافَةِ بَيْنَ $\frac{٩}{٤}$ ، $\frac{١٧}{٦}$

الْحَـــلُّ

العدد الأصغر = $\frac{٩}{٤}$ ، العدد الأكبر = $\frac{١٧}{٦}$

$\frac{٩}{٤} + \frac{١}{٢}\left(\frac{١٧}{٦} - \frac{٩}{٤}\right) = \frac{٩}{٤} + \frac{١}{٢}\left[\frac{٣٤}{١٢} + \left(-\frac{٢٧}{١٢}\right)\right]$

$= \frac{٩}{٤} + \frac{١}{٢} \times \frac{٧}{١٢}$

$= \frac{٩}{٤} + \frac{٧}{٢٤} = \frac{٥٤}{٢٤} + \frac{٧}{٢٤} = \frac{٦١}{٢٤}$ م.م.أ للمقامات ٤ ، ٢٤ = ٢٤

∴ العَدَدُ النِّسْبِيُّ $\frac{٦١}{٢٤}$ يَقَعُ بَيْنَ $\frac{٩}{٤}$ ، $\frac{١٧}{٦}$

مثال ٢

أوجد عددًا نسبيًا يقع عند ثلث المسافة بين : $-\frac{٥}{٦}$ ، $-١\frac{١}{٢}$ (من جهة الأصغر)

الْحَـــلُّ

العدد الأصغر = $-١\frac{١}{٢} = -\frac{٩}{٦}$ والعدد الأكبر = $-\frac{٥}{٦}$

$-\frac{٩}{٦} + \frac{١}{٣}\left[-\frac{٥}{٦} - \left(-\frac{٩}{٦}\right)\right] = -\frac{٩}{٦} + \frac{١}{٣} \times \frac{٤}{٦}$

$= -\frac{٩}{٦} + \frac{٢}{٩}$

$= \frac{-٢٧ + ٤}{١٨} = -\frac{٢٣}{١٨}$

∴ العَدَدُ $-\frac{٢٣}{١٨}$ يَقَعُ عند ثلث المسافة بين $-\frac{٥}{٦}$ ، $-١\frac{١}{٢}$ من جهة $\left(-\frac{٩}{٦}\right)$

هل يوجد عدد آخر يقع عند ثلث المسافة بين العددين $-\frac{٥}{٦}$ ، $-١\frac{١}{٢}$ ؟ (من جهة الأصغر)

مثال ٣

أوجد عدداً نسبياً يقع عند ربع المسافة بين $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ (من جهة الأصغر)

الحل

العدد الأصغر = $\frac{١}{٣}$ ، العدد الأكبر = $\frac{١}{٢}$

∴ العدد الذي يقع في $\frac{١}{٤}$ المسافة بين $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٢}$ من جهة $\frac{١}{٣}$

$= \frac{١}{٣} + \frac{١}{٤}\left(\frac{١}{٢} - \frac{١}{٣}\right) = \frac{٣}{٨}$

الوَحْـدَةُ الثَّانِيَةُ الْجَبْـــرُ



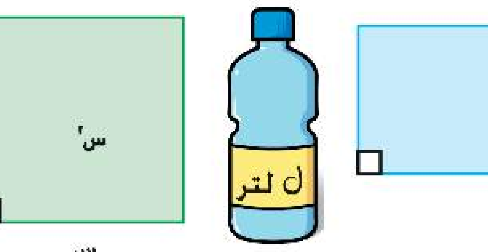
محمد بن موسى الخوارزمي
عالم عراقي مسلم

الْعَـرَبُ هُـمْ: أَوَّلُ مَـنِ اسْـتَعْمَلَ كَلِمَـةَ جَبْـرٍ وَأَوَّلُ مَـنْ أَلَّـفَ فِيـهِ هُـوَ مُحَمَّـدُ بْـنُ مُوسَـى الْخَوارِزْمِيُّ (أبـو الجبـر) فـي عَصْـرِ الْمَأْمُـونِ فَهُـوَ عَالِـمٌ مُسْـلِمٌ عِرَاقِـيٌّ (وُلِـدَ حَوالَـيَّ ٧٨١ ـ تُوُفِّـيَ بَعْـدَ ٢٣٢ هــ أَيْ بَعْدَ ٨٤٧ م) وبِفَضْلِ الْخَوارِزْمِيِّ يَسْـتَخْدِمُ الْعَالَمُ الأَعْدادَ الْعَرَبِيَّةَ الَّتِي غَيَّرَتْ مَفْهُومَنَا عَنِ الأَعْدادِ كَمَا أَنَّهُ أَدْخَلَ مَفْهُومَ الْعَدَدِ صِفْرٍ.

مُحْتَوَياتُ الوَحْـدَةِ

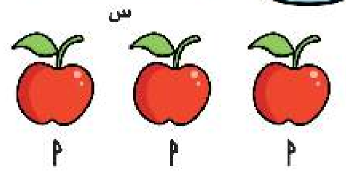
الدَّرْسُ الأَوَّلُ الحُدُودُ وَالمَقَادِيرُ الجَبْرِيَّةُ

- الرِّيَاضِيَّاتُ هِيَ لُغَةُ الرُّمُوزِ فَنَسْتَخْدِمُ الرُّمُوزَ الْمُخْتَلِفَةَ لِلتَّعْبِيرِ عَنْ أَشْيَاءَ أَوْ أَعْدَادٍ وَنَتَعَامَلُ مَعَهَا بِطُرُقٍ مُشَابِهَةٍ لِلطُّرُقِ الَّتِي نَتَّبِعُهَا مَعَ الأَعْدَادِ فَمَثَلاً:



٥ سم

- طُولُ الْمُسْتَطِيلِ = ٥ سم .
- سَعَةُ الزُّجَاجَةِ = ل لِتْرًا.
- طُولُ ضِلْعِ المرَبَّعِ = س
- مِسَاحَةُ المُربَّعِ = س × س = $س^{٢}$



- إِذَا كَانَ الرَّمْزُ الْجَبْرِيُّ ﻫ يُعَبِّرُ عَنْ تُفَّاحَةٍ فَإِنَّ ثَلاثَ تُفَّاحَاتٍ تَعْنِي: ﻫ + ﻫ + ﻫ = ٣ × ﻫ وَتُكْتَبُ ٣ ﻫ وَيُسَمَّى **حَدًّا جَبْرِيًّا**



حـ

- إِذَا كَانَ الرَّمْزُ الْجَبْرِيُّ حـ يُعَبِّرُ عَنْ جُنَيْهٍ فَإِنَّ فُقْدَانَ جُنَيْهَيْنِ يَعْنِي (- حـ) + (-حـ) = -٢ × حـ وَتُكْتَبُ - ٢ حـ وَيُسَمَّى حَدًّا جَبْرِيًّا

> الْحَدُّ الْجَبْرِيُّ هُوَ مَا تَكَوَّنَ مِنْ حَاصِلِ ضَرْبِ عَامِلَيْنِ أَوْ أَكْثَرَ.

الحَدُّ الجَبْرِيُّ ﻫ = ١ × ﻫ مُكَوَّنٌ مِنْ عَامِلَيْنِ : ١ (عَامِلٌ عَدَدِيٌّ) . ﻫ (عَامِلٌ جَبْرِيٌّ).

الحَدُّ الجَبْرِيُّ ٧ $س^{٢}$ = ٧ × س × س مُكَوَّنٌ مِنْ ٣ عَوَامِلَ :

٧ (عَامِلٌ عَدَدِيٌّ) . س (عَامِلٌ جَبْرِيٌّ) . س (عَامِلٌ جَبْرِيٌّ).

يَكُونُ الحَدُّ الجَبْرِيُّ ٣ ﻫ مِنَ الدَّرَجَةِ الأُولَى لأَنَّ أُسَّ الرَّمْزِ ﻫ يُسَاوِي ١

يَكُونُ الحَدُّ الجَبْرِيُّ ٧ $س^{٢}$ مِنَ الدَّرَجَةِ الثَّانِيَةِ لأَنَّ أُسَّ الرَّمْزِ س يُسَاوِي ٢

إِذَا جَمَعْنَا الحَدَّيْنِ ٣ ﻫ . ٧ $س^{٢}$ فَإِنَّ ٣ ﻫ + ٧ $س^{٢}$ يُسَمَّي **مِقْدَارًا جَبْرِيًّا**

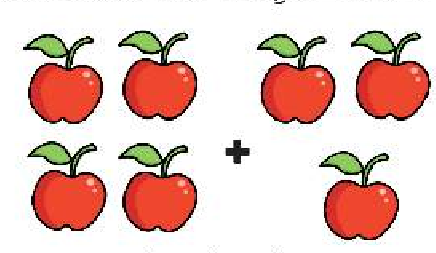
إذَا طرحنا ٢ حـ من ٣ ﻫ + ٧ $س^{٢}$ فَإِنَّ ٣ ﻫ + ٧ $س^{٢}$ - ٢ حـ مِقْدَارًا جَبْرِيًّا.

> يَكُونُ الْمِقْدَارُ الْجَبْرِيُّ ٤ $س^{٣}$ - س ص + ٥ مِنَ الدَّرَجَةِ الثَّالِثَةِ لِأَنَّ أُسَّ الرَّمْزِ س هُوَ أَعْلَى دَرَجَةٍ لِلْحُدُودِ المكوِّنةِ لَهُ.

> المِقْدَارُ الجَبْرِيُّ هُوَ مَا تَكَوَّنَ مِنْ حَدٍّ أَوْ أَكْثَرَ.

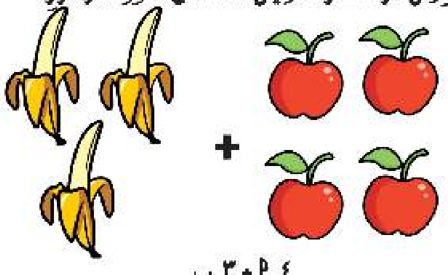
الدَّرْسُ الثَّانِي الْحُدُودُ الْمُتَشَابِهَةُ

تَتَشَابَهُ الحُدُودُ إِذَا تَشَابَهَتِ الرُّمُوزِ الجَبْرِيَّةُ الْمُكَوِّنَةُ لِعَوَامِلِهَا وَتَسَاوَتْ فِيهَا أُسُسُ هَذِهِ الرُّمُوزِ.



٣ ٲ + ٤ ٲ = ٧ ٲ

الحُدُودُ الْجَبْرِيَّةُ ٣ ٲ ، ٤ ٲ مُتَشَابِهَةٌ



٤ ٲ + ٣ ب

الحُدُودُ الجَبْرِيَّةُ ٤ ٲ ، ٣ ب غَيْرُ مُتَشَابِهَةٍ

فِي عَمَلِيتي جَمْعِ وَطَرْحِ الْحُدُودِ الْمُتَشَابِهَةِ تُجْمَعُ وَتُطْرَحُ مُعَامِلاتُ الحُدُودِ. أَمَّا الْعَوَامِلِ الْجَبْرِيَّة فَتَظَل كَمَا هِي.

مثـــال ١

اخْتَصِرِ الْمِقْدَارَ الْجَبْرِيَّ الْآتِي إِلَى أَبْسَطِ صُورَةٍ:

٩ ٲ - ٤ ب - ٢ حـ - ٥ ٲ + ٧ ب + ٣ حـ

الحَـــلُّ

المِقْدَارُ = (٩ ٲ - ٥ ٲ) + (- ٤ ب + ٧ ب) + (- ٢ حـ + ٣ حـ)

= (٩ - ٥) ٲ + (-٤ + ٧) ب + (-٢ + ٣) حـ

= ٤ ٲ + ٣ ب + حـ

المِقْدَارُ الجَبْرِيُّ يَحْتَوى على حُدُودٍ مُتَشَابِهَةٍ لِذَلِكَ تُسْتَخْدَمُ خَوَاصَّ الْإِبْدَالِ، وَالتَّوْزِيعِ لِأَنَّ الحُدودَ غَيْرُ الْمُتَشَابِهَةِ لا تُجْمَعُ.

مثـــال ٢

فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ : اكْتُبِ المِقْدَارَ الجَبْرِيَّ الَّذِي يُعَبِّرُ عَنْ مجموع مِسَاحَاتِ الْمُسْتَطِيلَاتِ.

٣ س^٢	٢ س
٩ س	٦

الحَـــلُّ

مَجْمُوعُ الْمِسَاحَاتِ = ٣ س^٢ + ٢ س + ٩ س + ٦

= ٣ س^٢ + (٢ + ٩) س + ٦ = ٣ س^٢ + ١١ س + ٦

الدَّرْسُ الثَّالِثُ ضَرْبُ الْحُدُودِ الْجَبْرِيَّةِ وَقِسْمَتُها

	ب	ب	ب
أ	أ ب		
أ			
أ			
أ			
أ			

عِنْدَ ضَرْبِ الْحَدِّ الجَبريِّ ٥ أ فِي الْحَدِّ الْجَبْرِيِّ ٣ ب نَكْتُبُ:

$٥ \text{ أ} \times ٣ \text{ ب} = ٥ \times \text{أ} \times ٣ \times \text{ب} = (٥ \times ٣) \times (\text{أ} \times \text{ب})$

$= ١٥ \text{ أ ب}$

أيْ أنَّنا نَضْرِبُ الْمُعَامِلاتِ ثمَّ نَضْرِبُ الرُّمُوزَ

عِنْدَ ضَرْبِ الحَدِّ الجَبْرِيِّ ٥ $\text{س}^{٢}$ في الحَدِّ الْجَبْرِيِّ ٣ $\text{س}^{٣}$ نَكْتُبُ:

$٥ \text{ س}^{٢} \times ٣ \text{ س}^{٣} = (٥ \times ٣) \times (\text{س}^{٢} \times \text{س}^{٣})$ مَاذَا يَحْدُثُ عِنْدَ ضَرْبِ الأَسَاسَاتِ الْمُتَشَابِهَةِ؟

$= ١٥ \text{ س}^{...}$

تُجْمَعُ الأُسُسُ عند ضَرْبِ الأعْدادِ ذات الأَسَاسَاتِ المتساوية

تُطْرَحُ الأُسُسُ عند قِسْمَةِ الأعْدادِ ذات الأَسَاسَاتِ المتساوية

أَكْمِلْ:

[أ] $\text{س}^{٢} \times \text{س}^{٣} = (\text{س} \times \text{س}) \times (\text{س} \times \text{س} \times \text{س})$

$= \text{س}^{٥} = \text{س}^{٢+٣}$

[ب] $-٢ \text{ س}^{٦} \times (-٥ \text{ س}^{٢}) = (-٢ \times -٥) \times \text{س}^{٦} \times \text{س}^{٢}$

$= ١٠ \text{س}^{...}$

[جـ] $\frac{\text{س}^{٥}}{\text{س}^{٣}} = \frac{\text{س} \times \text{س} \times \text{س} \times \text{س} \times \text{س}}{\text{س} \times \text{س} \times \text{س}}$

$= \text{س}^{٢} = \text{س}^{٥-٣}$

[د] $\frac{-٢ \text{ س}^{٦}}{-٥ \text{ س}^{٢}} = \frac{٢}{٥} \text{ س}^{...}$

مثـــال ١

أَجْرِ عَمَلِيَّاتِ الضَّرْبِ الآتِيَةِ:

[أ] $\frac{١}{٢} \text{ ص}^{٤} \times ٢ \text{ ص}^{٢}$

[ب] $\frac{٢١}{٤} \text{ س}^{٥} \times \frac{٢}{٧} \text{ س}^{٣}$

[جـ] $-٣ \text{ ب}^{٦} \times \frac{١}{٦} \text{ ب}$

الحَـــلُّ

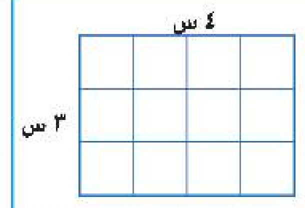
$(أ)\quad \frac{١}{٢}ص^{٤} \times ٢\,ص^{٢} = ص^{٤+٢} = ص^{٦}$

$(ب)\quad \frac{٢١}{٤}س^{٥} \times \frac{٢}{٧}س^{٣} = \frac{٣}{٢}س^{٥+٣} = \frac{٣}{٢}س^{٨}$

$(جـ)\quad -٣ب^{٦} \times \frac{١}{٦}ب = \frac{-٣}{٦}ب^{٦+١} = \frac{-١}{٢}ب^{٧}$

مثـــال ٢

مُسْتَطِيلٌ طُولُه ٤ س وعَرْضُهُ ٣ س مِنَ السَّنْتِيمِتْرَاتِ. احْسِبْ مِسَاحَتَهُ



الحَـــلُّ

مِسَاحَةُ الْمُسْتَطِيلِ = الطُّولُ × الْعَرْضِ = ٤ س × ٣س = ١٢ س^{٢} سم^{٢}

مثـــال ٣

أجْرِ عَمَلِيَّاتِ الْقِسْمَةِ الآتِيَةَ:

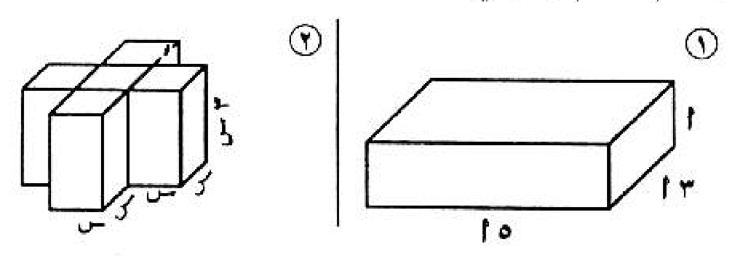
(أ) $\frac{٤أب^{٣}}{٨أب}$ (ب) $\frac{٣م^{٢}ن^{٤}}{٢٧\,م\,ن^{٢}}$

الحَـــلُّ

$(أ)\quad \frac{٤أب^{٣}}{٨أب} = \frac{١}{٢} \times أ^{١-١} \times ب^{٣-١} = \frac{١}{٢}أ^{٠} \times ب^{٢} = \frac{١}{٢}ب^{٢}$

$(ب)\quad \frac{٣م^{٢}ن^{٤}}{٢٧\,م\,ن^{٢}} = \frac{١}{٩} \times م^{٢-١} \times ن^{٤-٢} = \frac{١}{٩} \times م \times ن^{٢} = \frac{١}{٩}م\,ن^{٢}$

مثال ٤ : احسب المساحة الكلية وحجم المجسم فيما يأتي :



الحل

الشكل عبارة عن متوازي مستطيلات

١ـ المساحة الكلية = المساحة الجانبية + مجموع مساحتي القاعدتين

المساحة الجانبية = محيط القاعدة × ع = ٢ (٣أ + ٥أ) × أ = ١٦أ × أ = ١٦ أ^{٢}

مساحة القاعدتين = ٢× الطول × العرض = ٢ × ٣ أ × ٥ أ = ٣٠ أ^{٢}

∴ المساحة الكلية للشكل = ١٦ أ^{٢} + ٣٠ أ^{٢} = ٤٦ أ^{٢}

حجم المجسم = الطول × العرض × الارتفاع = أ × ٣ أ × ٥ أ = ١٥ أ^{٣}

٢ ـ الشكل عبارة عن ٥ متوازي مستطيلات (٤ علي الأجناب وواحد في المركز)

المساحة الجانبية للشكل = مساحة الأوجه الظاهرة وهي عبارة عن ١٢ وجه وكل وجه بعديه هما س ، ٣ س

المساحة الجانبية للشكل = ١٢ × س × ٣ س = ٣٦ س^{٢}

كل قاعدة للشكل تتكون من ٥ مربعات مساحة كل منهم س^{٢}

مساحة القاعدة = ٢ × ٥ × س٢ = ١٠ س^{٢}

المساحة الكلية = ٣٦ س^{٢} + ١٠ س^{٢} = ٤٦ س^{٢}

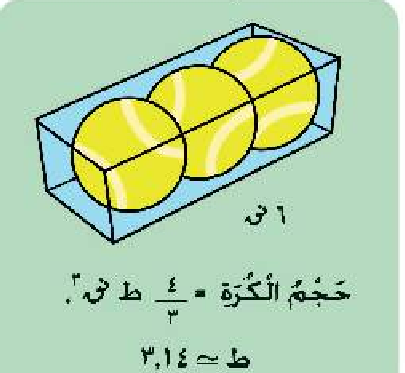
حجم المجسم = حجم متوازي المستطيلات × ٥

= س × س × ٣ س × ٥ = ١٥ س^{٣}



مثال ٥

وُضِعَتْ ثلاثُ كراتٍ متماثلة ومتماسة داخلَ صندوقٍ على شكل مَتوازى مستطيلاتٍ بحيث تتماس جوانبَه من الداخِلِ إحْسِبْ النسبةَ بين حجمِ الكراتِ الثلاثِ وسعةِ الصندوقِ



الحَـــلُّ

بِفَـرْضِ أَنَّ نق نِصْـفُ قُطْرِ الْكُـرَةِ. وأَبْعَادُ الصُّنْدُوق

هي: ٦ نق ، ٢ نق، ٢ نق

$$\text{النِّسْبَةُ} = \frac{\text{حَجْمُ الكُرَاتِ الثَّلاثَةِ}}{\text{حَجْمِ الصُّنْدُوقِ}}$$

$$= \frac{٣ \times \frac{٤}{٣} \text{ ط نق}^{٣}}{٦ \text{ نق} \times ٢ \text{ نق} \times ٢ \text{ نق}} = \frac{٤ \text{ ط نق}^{٣}}{٢٤ \text{ نق}^{٣}}$$

$= \frac{\text{ط}}{٦} \simeq ٠,٥٢$ تَشْغَلُ الكُرَاتِ الثَّلاثَةُ أَكْثَرَ مِنْ نِصْفِ الصُّنْدُوق.

الدَّرْسُ الرَّابِعُ جَمْعُ الْمَقَادِيرِ الجَبْرِيَّةِ وَطَرْحُها

جَمْعُ الْمَقَادِيرِ الْجَبْرِيَّةِ أَوْ طَرْحُهَا لا يَخْتَلِفُ عَنْ جَمْعٍ أو طَرْحِ الْحُدُودِ الْجَبْرِيَّةِ وَذَلِكَ بِجمعِ الحُدُودِ الْمُتَشَابِهَةِ فِي الْمَقَادِيرِ. كَلٌّ عَلى حِدَةٍ أَوْ نَطْرَحُ الحُدودُ الْمُتَشَابِهَةُ فِي المَقَادِيرِ. كُلٌّ عَلَى حِدَةٍ.

مثال ١

اجْمَعِ الْمَقَادِيرَ الجَبْرِيَّةَ الْآتِيَةَ:

٢ س - ٥ ع + ص ، ٧ س + ٤ ص - ٢ ع

الحَـــلُّ

الطَّرِيقَةُ الأفُقِيَّةُ

الْمِقْدَارُ = ٢ س - ٥ ع + ص + ٧ س + ٤ ص - ٢ ع

= (٢ س + ٧ س) + (-٥ ع - ٢ ع) + (ص + ٤ ص)

= (٢ + ٧) س + (-٥ - ٢) ع + (١ + ٤) ص

= ٩ س - ٧ ع + ٥ ص

الطَّرِيقَةُ الرَّأْسِيَّةُ

٢ س - ٥ ع + ص

٧ س - ٢ ع + ٤ ص

٩س - ٧ ع + ٥ص

مثال ٢

اطْرَحِ الْمِقْدَارَ الجَبْرِي: - $أ^٢$ - ٥ أب + ٤ $ب^٢$ مِنَ الْمِقْدَارِ الجَبْرِي ٣ $أ^٢$ - ٢ أب - ٢ $ب^٢$

الحَـــلُّ

الطَّرِيقَةُ الأفُقِيَّةُ

الْمِقْدَارُ = ٣ $أ^٢$ - ٢ أب - ٢ $ب^٢$ - (- $أ^٢$ - ٥ أب + ٤ $ب^٢$)

= ٣ $أ^٢$ - ٢ أب - ٢ $ب^٢$ + $أ^٢$ + ٥ أب - ٤ $ب^٢$

= (٣ $أ^٢$ + $أ^٢$) + (-٢ أب + ٥ أب) + (-٢ $ب^٢$ - ٤ $ب^٢$)

= ٤ $أ^٢$ + ٣ أب - ٦ $ب^٢$

الطَّرِيقَةُ الرَّأْسِيَّةُ

غيِّر إشارات حدود المِقْدَار الثَّانِي

٣ $أ^٢$ - ٢ أب - ٢ $ب^٢$

$\overset{+}{-}$ $أ^٢$ $\overset{+}{-}$ ٥ أب $\overset{-}{+}$ ٤ $ب^٢$

---

٤ $أ^٢$ + ٣ أب - ٦ $ب^٢$

الدَّرْسُ الْخَامِسُ ضَرْبُ حَدٍّ جَبْرِيٍّ فِي مِقْدَارٍ جَبْرِيٍّ



(١) الشَّكْلُ التَّالِي مُسْتَطِيلٌ مُكَوَّنٌ مِنْ ثَلَاثَةِ أَجْزَاءٍ ٲ ، ب ، حـ.

أَبْعَادُ الْمُسْتَطِيلِ هِيَ: س، س + ٢ص مِنَ الْوَحَدَاتِ.

مِسَاحَةُ الْمُسْتَطِيلِ = س × (س + ٢ص) وَحَدَاتٍ مُرَبَّعَةٍ.

[أ] مَا مِسَاحَةُ الْأَجْزَاءِ الثَّلَاثَةِ ٲ ، ب ، حـ؟

مِسَاحَةُ ٲ = ... مِسَاحَةُ ب = ...

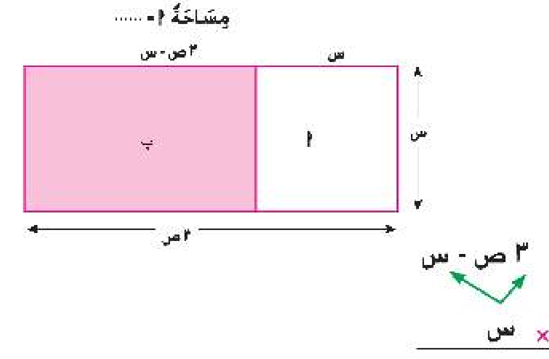
مِسَاحَةُ حـ = ... مِسَاحَةُ ب ، حـ معا = ...

مِسَاحَةُ ٲ ، ب ، حـ معا = ...



[ب] أَكْمِلْ : س (س + ٢ ص) = ... + ... ،

(٢) الشَّكْلُ التَّالِي مُسْتَطِيلٌ مُقَسَّمٌ إِلَى جُزْأَيْنِ ٲ ، ب



أَبْعَادُ الْمُسْتَطِيلِ هِيَ : س ، ٣ ص مِنَ الْوَحَدَاتِ

[أ] مِسَاحَةُ ٲ ، ب معا = ...

[ب] مِسَاحَةُ ب = س (٣ ص - س) ،

= ......

٣ ص - س
× س
......

مثال ١

أَجْرِ عَمَلِيَّاتِ الضَّرْبِ الْآتِيَةَ:

(أ) ٣ (ل^{٢} - ٤ ل)

(ب) ٢ٲ ب (ٲ^{٢} ب + ٥ ب^{٢})

الحَــلُّ

(ٲ) ٣ (ل^{٢} - ٤ ل) = ٣ ل^{٢} - ١٢ ل

(ب) ٢ٲ ب (ٲ^{٢} ب + ٥ ب^{٢}) = ٢ ٲ^{٣} ب^{٢} + ١٠ ٲ ب^{٣}

مثال ٢

اختصر :

٥ (٢س - ١) – ٣ (س^{٢} -١) + س (٥ س – ١) ثم أوجد القيمة العددية للمقدار عندما س = ١

الحَـــلُّ

٥ (٢س – ١) – ٣(س^{٢} – ١) + س(٥س – ١)

= ١٠س – ٥ – ٣س^{٢} + ٣ + ٥س^{٢} – س

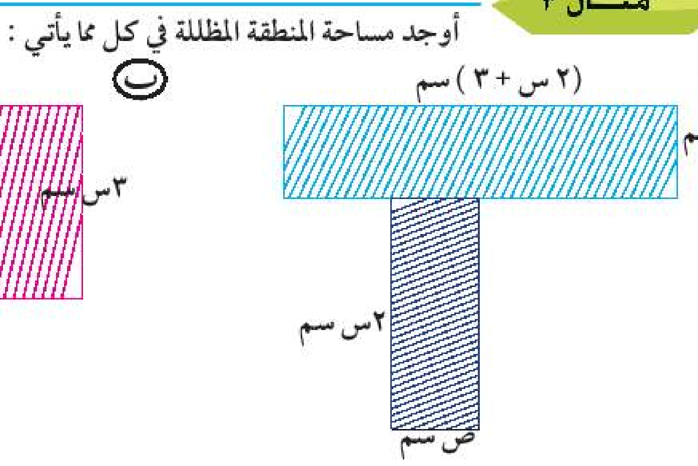
= ٢س^{٢} + ٩س – ٢

القيمة العددية للمقدار = ٢ (١)^{٢} + (٩ × ١) – ٢

= ٢ + ٩ – ٢ = ٩

مثـــال ٣

أوجد مساحة المنطقة المظللة في كل مما يأتي :



الحل

بقسمة الشكل الهندسي إلي مستطيلين

أ ـ مساحة الشكل = ص (٢س +٣)+ ص × ٢ س

= ٢س ص +٣ص +٢س ص

= (٣ص + ٤س ص)سم^{٢}

ب ـ مساحة الشكل = ٣س (ص +٢) – س (ص – ١)

= ٣س ص + ٦س –س ص + س

= (٢ س ص + ٧ س) سم^{٢}

الدَّرْسُ السَّادِسُ ضَرْبُ مِقْدَارٍ جَبْرِيٍّ مُكَوَّنٍ مِنْ حَدَّيْنِ فِي مِقْدَارٍ جَبرِيٍّ آخَرَ

١ الشَّكْلُ الْمُقَابِلُ مُرَبَّعٌ مُكَوَّنٌ مِنْ أَرْبَعَةِ أَجْزَاءٍ ﻫ ، ب ، حـ ، ء

طُولُ ضِلْعِ الْمُرَبَّعِ = س + ص

مِسَاحَةُ الْمُرَبَّعِ = (س + ص) (س + ص)

= (س + ص)^2 وَحَدَاتٍ مُرَبَّعَةٍ

أَكْمِلْ

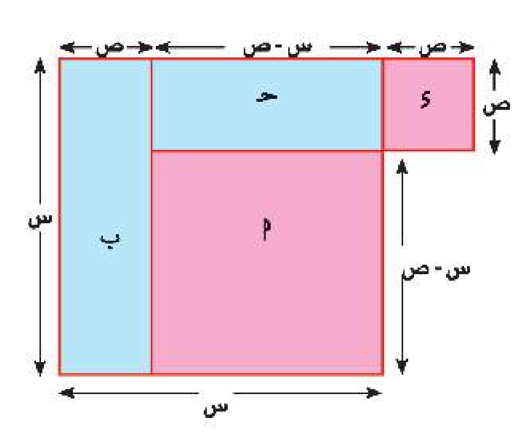
مِسَاحَةُ ﻫ + مِسَاحَةُ ء = ... + ...

مِسَاحَةُ ب + مِسَاحَةُ حـ = ... + ...

مِسَاحَةُ الْمُرَبَّعِ = ...

(س + ص)^2 = ...

مُرَبَّعُ مِقْدَارٍ ذِي حَدَّيْنِ = مُرَبَّعَ الْحَدِّ الْأَوَّلِ + ٢ × الْحَدِّ الْأَوَّلِ × الْحَدِّ الثَّانِي + مُرَبَّعُ الْحَدِّ الثَّانِي.



٢ الشَّكْلُ الْمُقَابِلُ مُكَوَّنٌ مِنْ أَرْبَعَةِ أَجْزَاءٍ ﻫ ، ب ، حـ ، ء.

مِسَاحَةُ الْمُرَبَّعِ الْمُكَوَّنِ مِنَ الْأَجْزَاءِ ﻫ ، ب ، حـ

= س × س = س^2 وَحَدَاتٍ مُرَبَّعَةٍ.

الْمِسَاحَةُ الْكُلِّيَّةُ لِلشَّكْلِ = س^2 + ص^2

أَكْمِلْ:

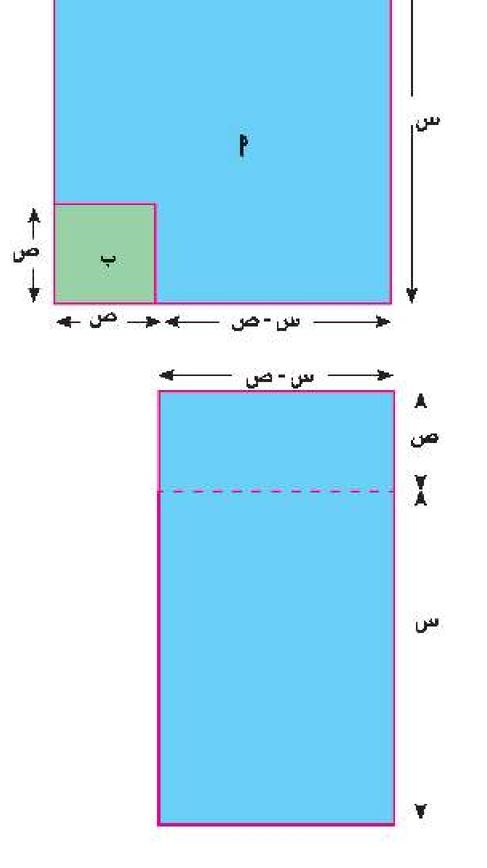
مِسَاحَةُ ﻫ = ...

مِسَاحَةُ ء + مِسَاحَةُ حـ = ... + ...

مِسَاحَةُ ب + مِسَاحَةُ حـ + مِسَاحَةُ ء = ... + ... + ...

(س - ص)^2 = ...

س^2 + ص^2 = (س - ص)^2 + ...



٣ فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:

- إذا قُطِعَ الْمُرَبَّع الصَّغير ب الَّذى مِساحَتَه $ص^٢$ من الْمُرَبَّع الكَبير ٍ الَّذى مِساحَتَه $س^٢$ فإنَّ مِساحةَ الْجُزْء الْمُتبَقِّى = $س^٢ - ص^٢$
- إذَا قُطِعَ الجُزْءُ الْمُتَبَقِّى إِلَى جُزْأَيْنِ وَأُعِيدَ تَرْتِيبُ الجُزْأَيْنِ لِيُكَوِّنَا مُسْتَطِيلاً فَإِنَّ:

أَكْمِلْ:

[أ] مِسَاحَةُ الْمُسْتَطِيلِ = (س + ص) (س - ص)

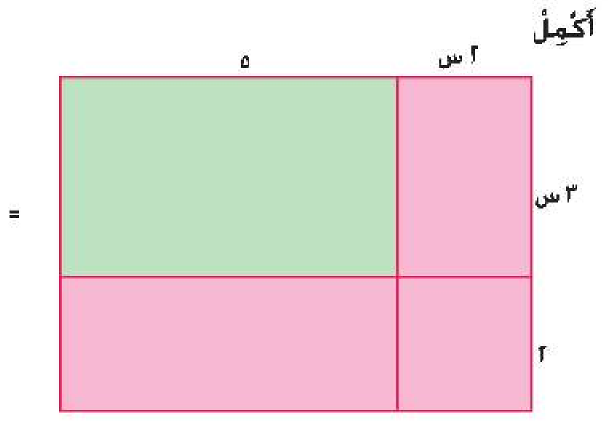
= ....

[ب] $س^٢ - ص^٢$ = ...

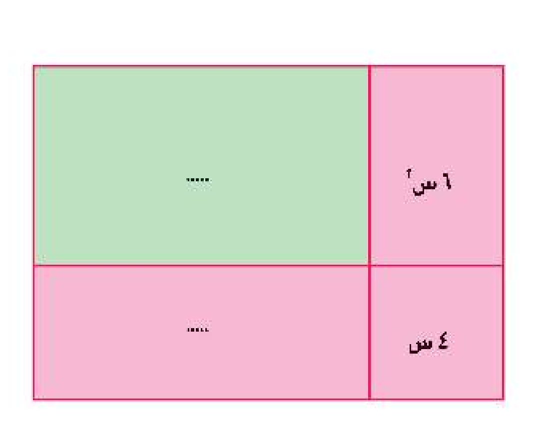
٤ الشَّكْلُ التَّالِي يُوَضِّحُ:

حَاصِلَ ضَرْبِ الْمِقْدَارِ الجَبْرِي (٣س + ٢) فِي الْمِقْدَارِ الْجَبْرِيِّ (٢ س + ٥) كَمِسَاحَةِ مُسْتَطِيلٍ:

أَكْمِلْ

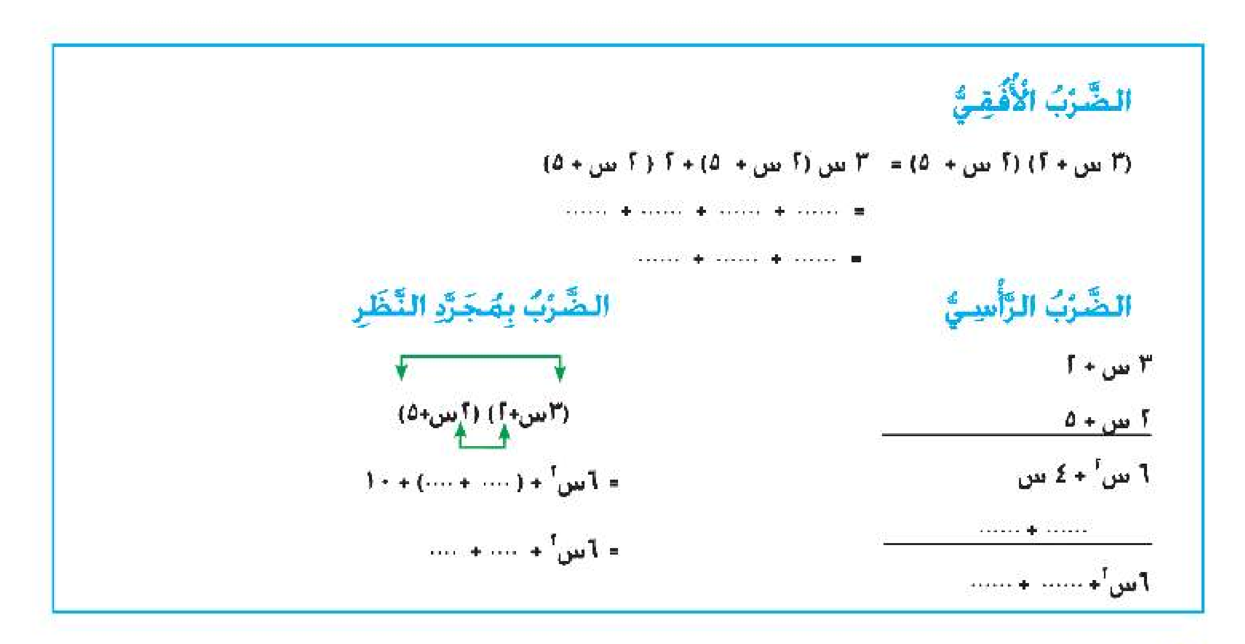


=



(٣ س + ٢) (٢ س + ٥) = ... + ... + ... + ...

= .... + ... + ...



الضَّرْبُ الأُفُقِيُّ

(٣ س + ٢) (٢ س + ٥) = ٣ س (٢ س + ٥) + ٢ (٢ س + ٥)

= ...... + ... + ... + ...

= ...... + ... + ...

الضَّرْبُ الرَّأْسِيُّ

٣ س + ٢

٢ س + ٥

---

٦ س^2 + ٤ س

...... + ...

٦س^2+ ...... + ...

الضَّرْبُ بِمُجَرَّدِ النَّظَرِ

(٣س+٢) (٢س+٥)

= ٦س^2 + (.... + ...) + ١٠

= ٦س^2 + ... + ...

٥ أَكْمِلْ:

[أ] (٣س + ٢) (س + ٧) = ٣س^2 + ... + ١٤

[ب] (٣س - ٢) (س - ٧) = ...

[جـ] (٣س - ٢) (س + ٧) = ...

[د] (٣س + ٢) (س - ٧) = ...

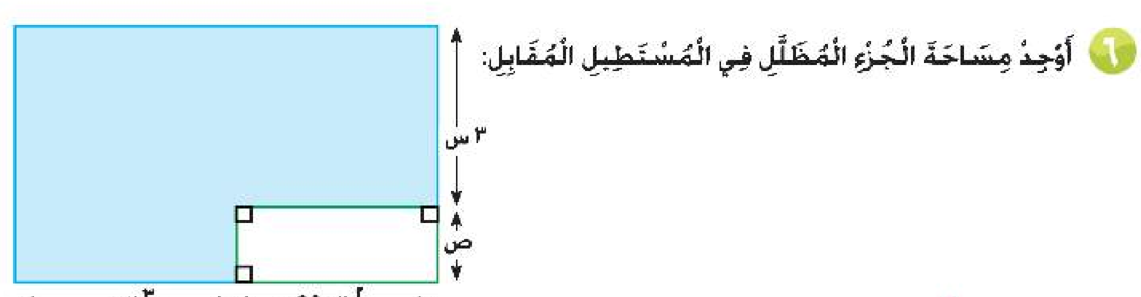
[هـ] (س + ٥ ص) (س - ٥ ص) = ...

[و] (س - ٤) (س + ٤) = ...

[ز] (٢س + ص)^2 = ...

[حـ] (٢س - ص)^2 = ...

٦ أَوْجِدْ مِسَاحَةَ الْجُزْءِ الْمُظَلَّلِ فِي الْمُسْتَطِيلِ الْمُقَابِلِ:



الحَـــلُّ

	الطُّـــولُ	العَـــرْضُ	المِسَاحَةُ
الْمُسْتَطِيلُ	٥ س + ص	٣ س + ص	(٥س+ص) (٣س+ص)
الْمُسْتَطِيلُ الصَّغِيرُ	٢ س + ص	ص	(٢س+ص) ص

مِسَاحَةُ الْجُزْءِ الْمُظَلَّلِ = ... - .... = ...

٧ بِاسْتِخْدَامِ طُرُقِ الضَّرْبِ السَّابِقَةِ أَوْجِدْ: (س + ص) (٢س + ص + ١)

مثال ١

قُمْ بإجراءِ عَمَلِيَّاتِ الضَّرْبِ الآتِيَةِ:

(أ) (٢س + ٣ص)^{2}

(ب) (٥أ - ب)(٥أ + ب)

(جـ) (م - ٧ن)^{2}

الحَلُّ

(أ) (٢س + ٣ص)^{2} = (٢س)^{2} + ٢س × ٣ص × ٢ + (٣ص)^{2}

= ٤س^{2} + ١٢س ص + ٩ص^{2}

(ب) (٥أ - ب)(٥أ + ب) = (٥أ)^{2} - (ب)^{2} = ٢٥أ^{2} - ب^{2}

(جـ) (م - ٧ن)^{2} = (م)^{2} - م × ٧ن × ٢ + (٧ن)^{2}

= م^{2} - ١٤ م ن + ٤٩ن^{2}

مثال ٢

اضربْ ثُمَّ أوجِدِ القيمةَ العدديةَ عندما س = ٢، ص = ١

(أ) (س + ٩)(س + ٢)

(ب) (ص + ٣)(ص + ١)

(جـ) (٢س + ص)(س + ٢ص)

الحَلُّ

(أ) (س + ٩)(س + ٢) = س^{2} + ١١س + ١٨ عندما س = ٢

= (٢)^{2} + ١١ × ٢ + ١٨ = ٤ + ٢٢ + ١٨ = ٤٤

(ب) (ص + ٣)(ص + ١) = ص^{2} + ٤ ص + ٣ عندما ص = ١

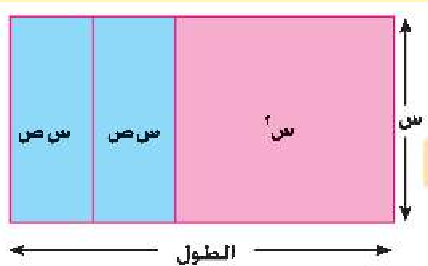
= (١)^{2} + ٤ × ١ + ٣ = ٨

(جـ) (٢س + ص)(س + ٢ص) = ٢س^{2} + ٥س ص + ٢ص^{2}، عندما س = ٢، ص = ١

= ٢ × (٢)^{2} + ٥ × ٢ × ١ + ٢ × (١)^{2}

= ٨ + ١٠ + ٢ = ٢٠

قِسْمَةُ مِقْدَارٍ جَبْرِيٍّ عَلَى حَدٍّ جَبْرِيٍّ



الشَّكْلُ الْمُقَابِلُ مُسْتَطِيلٌ مُكَوَّنٌ مِنْ ثَلَاثَةِ أَجْزَاءٍ.

مِسَاحَةُ الْمُسْتَطِيلِ = $س^٢ + ٢$ س ص

طُولُ الْمُسْتَطِيلِ = مِسَاحَةُ الْمُسْتَطِيلِ ÷ عَرْضِ الْمُسْتَطِيلِ

طُولُ الْمُسْتَطِيلِ = $\frac{س^٢ + ٢ \text{ س ص}}{س}$

$= \frac{س^٢}{س} + \frac{٢ \text{ س ص}}{س}$ = ... + ...

١ أَكْمِلْ: (من الشكل السابق):

[أ] طُولُ الْمُسْتَطِيلِ الَّذِي مِسَاحَتُهُ $س^٢$ + س ص = $\frac{س^٢ + \text{س ص}}{.......}$ = ... + ...

[ب] طُولُ الْمُسْتَطِيلِ الَّذِي مِسَاحَتُهُ ٢ س ص = $\frac{٢ \text{ س ص}}{...}$ = ...

[جـ] طُولُ الْمُسْتَطِيلِ الَّذِي مِسَاحَتُهُ س ص = $\frac{\text{س ص}}{...}$ = ...

[د] طُولُ ضِلْعِ الْمُرَبَّعِ الَّذِي مِسَاحَتُهُ $س^٢$ = $\frac{س^٢}{...}$ = ...

٢ الشَّكْلُ التَّالِي مُسْتَطِيلٌ مُكَوَّنٌ مِنْ ثَلَاثَةِ أَجْزَاءٍ

مِسَاحَةُ الْمُسْتَطِيلِ = ٢ أ ب + ٦ أ حـ + ١٢ أ ء ، طُولُ الْمُسْتَطِيلِ = مِسَاحَةُ الْمُسْتَطِيلِ ÷ عَرْضِ الْمُسْتَطِيلِ

$= \frac{..... + ... + ...}{٢ أ}$

$= \frac{....}{٢ أ} + \frac{....}{٢ أ} + \frac{....}{٢ أ}$ = ... + ... + ...



مثـــال

أَوْجِد خارجَ القسمةِ في كلٍ مما يلي :

(أ) $\frac{٢٦ هـ^٢ + ١٤ هـ^٤}{٢ هـ}$

(ب) $\frac{٩ ل^٣ م^٤ - ١٨ ل م^٢}{٣ ل م^٢}$

الحَـــلُّ

(أ) $\frac{٢٦ هـ^٢ + ١٤ هـ^٤}{٢ هـ} = \frac{٢٦ هـ^٢}{٢ هـ} + \frac{١٤ هـ^٤}{٢ هـ} = ١٣ هـ + ٧ هـ^٣$

(ب) $\frac{٩ ل^٣ م^٤ - ١٨ ل م^٢}{٣ ل م^٢} = ٣ ل^٢ م^٢ - ٦$

قسمة مقدار جبرى على مقدار جبرى آخر

قسمة مقدار جبرى على مقدار جبرى آخر

٣س	$س^٢$	س
٦	٢س	٢

فى الشكل المقابل : نموذج لقطعة أرض مستطيلة الشكل

مساحتها ($س^٢$ + ٥س +٦) $متر^٢$ وعرضها (س + ٢) متر

أوجد طولها

لايجاد طول المستطيل نوجد خارج قسمة

$س^٢$ + ٥س + ٦ على س + ٢

الحل :

(١) نرتب حدود كلا من المقسوم وهو ($س^٢$ + ٥س + ٦) والمقسوم عليه وهو (س + ٢)

ترتيبا تنازليا حسب قوى س

(٢) نقسم $س^٢$ على س فيكون الناتج س

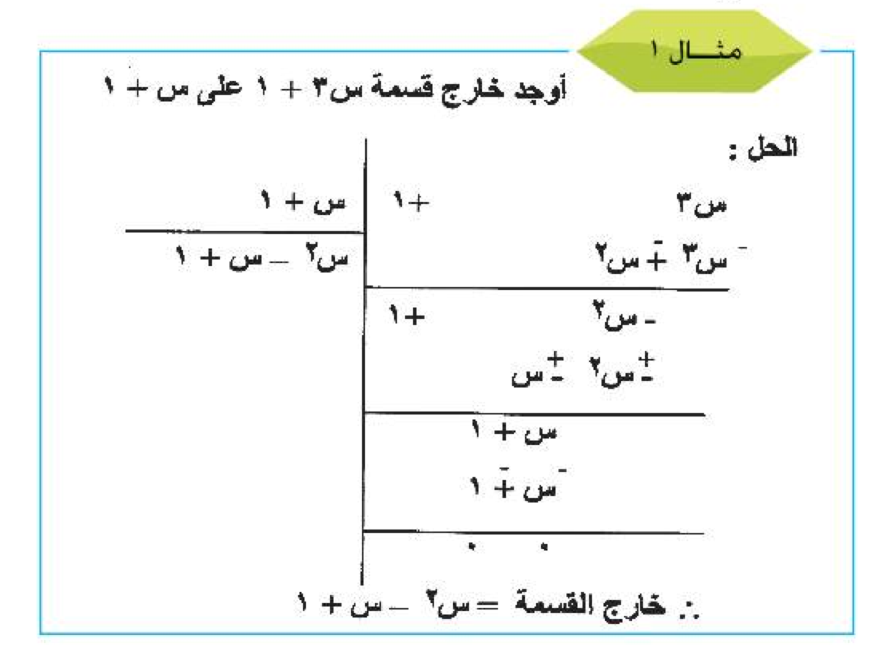
(٣) نضرب س فى المقسوم عليه فنحصل على ⟵ $س^٢$ ± ٢س

(٤) نطرح $س^٢$ + ٢ س من $س^٢$ + ٥س + ٦ فنحصل على ⟵ ٣س + ٦

(٥) نكرر الخطوات ٢ ، ٣ ، ٤ حتى يصبح ناتج الطرح النهائى مساويا للصفر

$س^٢$ + ٥س + ٦	س + ٢
$س^٢$ ± ٢س	س + ٣
٣س + ٦	
٣س ± ٦	
٠ ٠	

∴ خارج القسمة = س + ٣ (طول المستطيل)



مثـــال ١

أوجد خارج قسمة $س^٣$ + ١ على س + ١

الحل :

$س^٣$ +١	س + ١
$س^٣$ ± $س^٢$	$س^٢$ – س + ١
– $س^٢$ +١	
∓ $س^٢$ ∓ س	
س + ١	
س ± ١	
٠ ٠	

∴ خارج القسمة = $س^٢$ – س + ١

مثـــال ٢

أوجد قيمة ك التى تجعل المقدار $٢س^٣ - س^٢ - ٥س + ك$ يقبل القسمة على $٢س - ٣$

الحل :

$٢س^٣ - س^٢ - ٥س + ك$	$٢س - ٣$
$\mp ٢س^٣ \pm ٣س^٢$	$س^٢ + س - ١$
$٢س^٢ - ٥س + ك$	
$\mp ٢س^٢ \pm ٣س$	
$- ٢س + ك$	
$\pm ٢س \mp ٣$	
$ك - ٣$	

$\therefore$ ك − ٣ = ٠ ⟵ ك = ٣

مثـــال ٣

مستطيل مساحته $٨أ^٤ب^٣ + ١٢أ^٣ب^٤ - ٨أ^٢ب^٢$

وطوله $٤أ^٢ب^٢$ من السنتيمترات أوجد عرضه إذا كانت أ = ١ ، ب = ٢

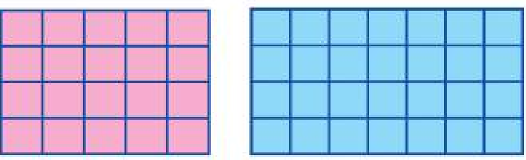
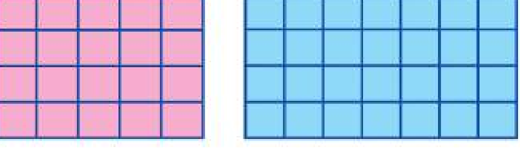
الحل

$٨أ^٤ب^٣ + ١٢أ^٣ب^٤ - ٨أ^٢ب^٢$	$٤أ^٢ب^٢$
$- ٨أ^٤ب^٣$	$٢أ^٢ب + ٣أب^٢ - ٢$
$١٢أ^٣ب^٤ - ٨أ^٢ب^٢$	
$- ١٢أ^٣ب^٤$	
$-٨أ^٢ب^٢$	
$\pm ٨أ^٢ب^٢$	
. .	

$\therefore$ عرض المستطيل = $٢أ^٢ب + ٣أب^٢ - ٢$ ، وعند أ = ١ ، ب = ٢

$\therefore$ عرض المستطيل = ٤ + ١٢ − ٢ = ١٤ سم

الدَّرْسُ التاسع التَّحْلِيلُ بِإِخْرَاجِ الْعَامِلِ الْمُشْتَرَكِ الْأَعْلَى

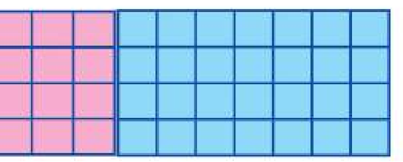



ارْسُمْ مُسْتَطِيلًا بُعْدَاهُ ٧ ، ٤ مِنَ الْوَحَدَاتِ عَلَى وَرَقِ مُرَبَّعَاتٍ، وَمُسْتَطِيلًا آخَرَ بُعْدَاهُ ٥ ، ٤ مِنَ الْوَحَدَاتِ.
أَوْجِدْ مجموع مِسَاحَتَيِ الْمُسْتَطِيلَيْنِ بِطَرِيقَتَيْنِ مُخْتَلِفَتَيْنِ.



الطَّرِيقَةُ الْأُولَى

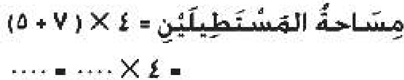
الطَّرِيقَةُ الثَّانِيَةُ



مِسَاحَةُ الْمُسْتَطِيلَيْنِ = (٤ × ٧) + (٤ × ٥)
= .... + ... = ...



مِسَاحَةُ الْمُسْتَطِيلَيْنِ = ٤ × (٧ + ٥)
= ٤ × .... = ...



لَاحِظْ أَنَّ

٤ × (٧ + ٥) = (٤ × ٧) + (٤ × ٥) مِثَالٌ لِخَاصِّيَّةِ تَوْزِيعِ الضَّرْبِ عَلَى الْجَمْعِ. بَيْنَمَا (٤ × ٧) + (٤ × ٥) = ٤ × (٧ + ٥) مِثَالٌ لِلتَّحْلِيلِ بِإِخْرَاجِ الْعَامِلِ الْمُشْتَرَكِ الْأَعْلَى لِلْحَدَّيْنِ: (٤ × ٧) ، (٤ × ٥) وَهُوَ ٤. يُسَمَّى ٤ ، (٧ + ٥) عَامِلَا الْمِقْدَارِ ٤ (٧ + ٥) .

بِصِفَةٍ عَامَّةٍ: ٢ ب + ٢ حـ = ٢(ب + حـ)

مِثَال ١

حَلِّلْ بِإِخْرَاجِ الْعَامِلِ الْمُشْتَرَكِ الْأَعْلَى لِلْمِقْدَارِ الْجَبْرِيِّ: ٣س^{٢} ص^{٣} - ٩س^{٣} ص^{٤} + ١٢س^{٣} ص^{٢}

الحَلُّ

الْعَامِلُ الْمُشْتَرَكُ الْأَعْلَى لِلْمِقْدَارِ الْجَبْرِيِّ هُوَ ٣س^{٢} ص^{٢}

لِإِيجَادِ الْعَامِلِ الْآخَرِ لِلْمِقْدَارِ، نَقْسِمُ كُلَّ حَدٍّ مِنْ حُدُودِ الْمِقْدَارِ عَلَى ع. م. أ

الْمِقْدَارُ = ٣س^{٢} ص^{٣} - ٩ س^{٣} ص^{٤} + ١٢ س^{٣} ص^{٢}
= ٣س^{٢} ص^{٢} (ص - ٣س ص^{٢} + ٤س)

مِثَال ٢

حَلِّلْ بِإِخْرَاجِ الْعَامِلِ الْمُشْتَرَكِ الْأَعْلَى لِلْمِقْدَارِ: ٣ ٢ (٤ ٢ + ٥ ب) - ٢ب (٤ ٢ + ٥ ب) .

الحَلُّ

ع. م. ٢. لِلْمِقْدَارِ الْجَبْرِيِّ هو (٤ ٢ + ٥ ب)

الْمِقْدَارُ = ٣ ٢(٤ ٢ + ٥ ب) - ٢ ب (٤ ٢ + ٥ ب)
= (٤ ٢ + ٥ ب) (٣ ٢ - ٢ ب)

الوَحْدَةُ الثالثةُ الإحْصَاءُ



فريدريك جاوس

(١٧٧٧ - ١٨٥٥)

تَطَوَّرَتْ أَسَالِيبُ وَنَظَرِيَّاتُ وَتَطْبِيقَاتُ عِلْمِ الإحْصَاءِ عَلَى يَدِ عَدَدٍ كَبِيرٍ مِنَ الْعُلَمَاءِ الَّذِينَ بَحَثُوا نَظَرِيَّاتِهِ وَبَنَوْهَا عَلَى أُسُسٍ عِلْمِيَّةٍ سَلِيمَةٍ وَمِنْ بَيْنِ هَؤُلاءِ الْعُلَمَاءِ الرِّيَاضِيِّينَ فِرِيدِرِيكَ جَاوِسَ الأَلْمَانِيِّ.

مُحْتَوَيَاتُ الوَحْدَةِ

الدَّرْسُ الأَوَّلُ

مقاييس النزعة المركزية

بالنظر فى الظواهر التى حولنا والقيم التى تأخذها العناصر المختلفة لهذه الظواهر. نلاحظ أن أغلب قيم هذه الظواهر قريبة من بعضها البعض أى أنها تتجمع حول قيمة معينة مثل أطوال طلاب فصلك (بالسم) نجد أن هناك طولاً يتوسط تقريباً جميع الأطوال وكذا أوزان طلاب فصلك وغير ذلك من الظواهر. وهناك عدة مقاييس احصائية. تقيس نزعة البيانات الاحصائية نحو المركز وهى المتوسط الحسابى والوسيط والمنوال.

المتوسط (الوسط) الحسابى:

مثال ١:

يذهب أحمد إلى مدرسته فى الأيام من الأحد إلى الخميس ويأخذ مصروفه من والده فى تلك الأيام كالآتى ٦ ، ٤ ، ٧ ، ٣ ، ٥ من الجنيهات. فما قيمة المصروف الذى يمكن أن يأخذه أحمد بشكل ثابت طوال هذه الأيام مع الحفاظ على جملة ما كان يأخذه بالشكل السابق.

الحل:

مجموع ما يأخذه أحمد = ٦ + ٤ + ٧ + ٣ + ٥ = ٢٥

عدد أيام ذهابه للمدرسة = ٥

المصروف اليومى = $\frac{٢٥}{٥}$ = ٥ جنيهات

هذه القيمة (٥ جنيهات) تعرف بأنها المتوسط (الوسط) الحسابى للقيمة ٦ ، ٤ ، ٧ ، ٣ ، ٥

أى أن:

$$\text{الوسط الحسابى لمجموعة من القيم} = \frac{\text{مجموع هذه القيم}}{\text{عددها}}$$

ملاحظة:

فى المثال السابق نلاحظ أن الوسط الحسابى هو القيمة التى لو أخذها أحمد فى جميع الأيام تتحقق العلاقة:

٥ + ٥ + ٥ + ٥ + ٥ = ٦ + ٤ + ٧ + ٣ + ٥

مثال ٢:

أوجد قيمة س إذا كان الوسط الحسابى للقيم الآتية: ٨، س، ٧، ٥ هو ٦

الحل:

مجموع القيم = الوسط الحسابى لهذه القيم × عددها

∴ ٨ +س +٧ + ٥ = ٦ × ٤

∴ ٢٠ + س = ٢٤

∴ س = ٢٤ − ٢٠ = ٤

الدَّرسُ الثانى ٢- الوسيط

يعرف الوسيط لمجموعة من البيانات بأنه القيمة التى تقع فى وسط المجموعة تماماً إذا ما رتبت هذه المجموعة تصاعديا أو تنازلياً.

أى أنه القيمة التى تقسم مجموعة من البيانات إلى قسمين بحيث يكون عدد القيم الأكبر منه يساوى عدد القيم الأصغر منه.

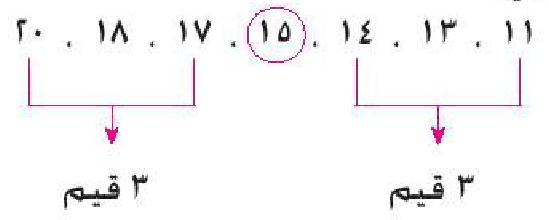
مثال:

فى مجموعة مدرسية مكونة من سبعة طلاب كان درجاتهم فى أحد الاختبارات كالآتى ١٣، ١٧، ١٥، ١١، ١٨، ٢٠، ١٤

فما هى الدرجة الوسيطية لهؤلاء الطلاب؟

الحل:

ترتيب الدرجات تصاعديا:



الدرجة الوسيطية = ١٥

ترتيب الوسيط:

أ) إذا كان عدد القيم أو المفردات (ن) فرديا فتكون القيمة التى ترتيبها $\frac{ن + ١}{٢}$ هى القيمة الوسيطة وذلك بعد ترتيب البيانات تصاعديا أو تنازلياً

فى المثال السابق: عدد القيم = ٧

ترتيب الوسيط = $\frac{٧ + ١}{٢}$ = ٤

ب) إذا كان عدد القيم ن زوجيا:

فإن ترتيب الوسيط $\frac{ن}{٢}$ ، $\frac{ن}{٢}$ + ١

وقيمة الوسيط فى هذه الحالة هى المتوسط الحسابى لهاتين القيمتين كما فى المثال الآتى:

أوجد قيمة وترتيب الوسيط للقيم :

٣ ، ١ ، ٦ ، ٥ ، ٢ ، ٩

الترتيب: ٩ ، ٦ ، ٥ ، ٣ ، ٢ ، ١

ترتيب الوسيط: $\frac{٦}{٢}$ ، $\frac{٦}{٢}$ +١ أى الثالث، الرابع

قيمة الوسيط = $\frac{٥ + ٣}{٢}$ = ٤

لاحظ أن:

* إذا كان ن عدداً فردياً (لايقبل القسمة على ٢)
فإن (ن +١) عدداً زوجياً ويقبل القسمة على ٢.
* بصفة عامة قيمة الوسيط ≠ ترتيب الوسيط
* ترتيب الوسيط دائماً عدداً صحيحا موجباً، أما قيمة الوسيط قد تكون كسراً أو عدد سالب حسب القيم المعطاة.

الدرس الثالث

٣- المنـــوال

يعرف المنوال لمجموعة من البيانات بأنه القيمة الأكثر شيوعًا "تكرارًا" فى المجموعة.
والمنوال كمقياس للنزعة المركزية يصلح بصفة خاصة لحالة البيانات الكمية والوصفية.

مثال ١:

البيانات الآتية تمثل أعمار مجموعة من الأشخاص:
٣٣، ٢٠، ٣٠، ٢٥، ٣٣، ٤٨، ٣٣، ٢٥، ٣٣، ٢٠.
أوجد المنوال لهذه الأعمار.

الحل:

المنوال = ٣٣.

مثال ٢:

إذا كانت تقديرات مجموعة من الطلاب فى أحد الاختبارات هي:
ب - أ - جـ - ب - جـ - ب - جـ - ب - أ - ء
أوجد منوال هذه المجموعة.

الحل:

منوال هذه المجموعة هو التقدير "ب".

لاحظ أن:

- إذا كانت البيانات المعطاة جميعها مختلفة، فإن هذه البيانات ليس لها منوال.

مثل ٢٣، ٢٥، ٤٨، ٥٧، ١٩، ٣٣، ٣٢.

- بعض القيم "البيانات" لها أكثرمن منوال.

مثل: ٩، ٧، ٧، ٧، ٥، ٥، ٤، ٤، ٤، ٣، ٢

لها منوالان: ٧، ٤ وتسمى مجموعة ذات منوالين، وسوف نكتفى فى دراستنا بالبيانات وحيدة المنوال.

الْوَحْـدَةُ الرابعة الْهَنْدَسَـــةُ والْقِيَاسُ

إقليدس

(٣٢٥-٢٦٥ ق.م)

إقْلِيــدِسُ عَالِمٌ رِيَاضِــيٌّ يُونَانِيٌّ عَــاشَ فِي مَدِينَةِ الإِسْــكَنْدَرِيَّةِ وَيُعْتَبَرُ رائِدُ عِلْمِ الْهَنْدَسَــةِ وَلَهُ بَعْضُ الْمَبَــادِئ الَّتى ذُكِرَتْ عَلَى اسْمِهِ وَمِنْهَا «مَا قُدِّمَ بِدُونِ دَلِيلٍ يُمْكِنُ رَفْضُهُ بِدُونِ دَلِيلٍ»

وَمِنَ التَّعَارِيفِ الَّتِي وَضَعَهَا:

النُّقْطَةُ هِيَ مَا لا يَكُونُ لَهَا جُزْءٌ.

الْمُسْتَقِيمُ هُوَ طُولٌ لَيْسَ لَهُ عَرْضٌ.

وَمِنْ مُسَلَّمَاتِهِ:

الْمُسْتَقِيمُ يُمْكِنُ أَنْ يُرْسَمَ مِنْ نُقْطَةٍ إِلى نُقْطَةٍ أُخْرَى

الْقِطْعَةُ الْمُسْتَقِيمَةُ الْمَحْدُودَةُ يُمْكِنُ أَنْ نَمْتَدَّ إِلَى خَطٍّ مُسْتَقِيمٍ

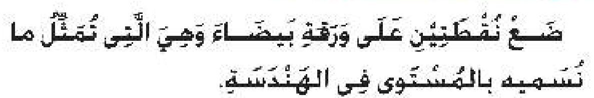
كُلُّ الزَّوَايَا الْقَائِمَةُ يُسَاوِي بَعْضُهَا بَعْضًا.

مُحْتَوَيَاتُ الْوَحْـدَةِ

الدَّرْسُ الأَوَّلُ

مَفَاهِيمُ هَنْدَسِيَّةٌ

الْقِطْعَةُ الْمُسْتَقِيمَةُ



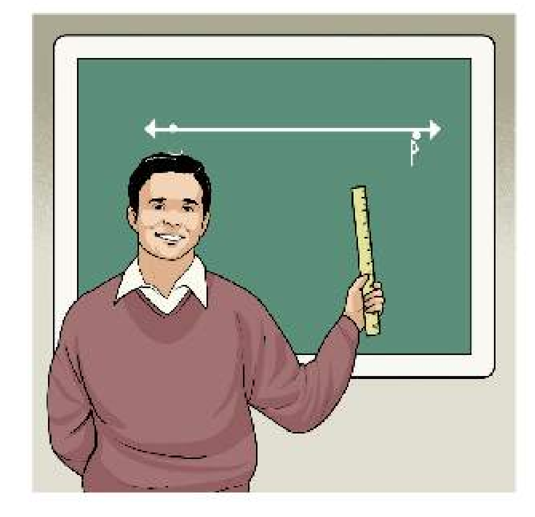
ضَعْ نُقْطَتَيْنِ عَلَى وَرَقَةٍ بَيْضَاءَ وَهِيَ الَّتِي تُمَثِّلُ ما نُسَمِيه بالمُسْتَوى فِي الهَنْدَسَةِ.

صِلِ النُّقْطَتَيْنِ بِاسْتِخْدَامِ المِسْطَرَةِ، تَحْصُلُ عَلَى قِطْعَةٍ مُسْتَقِيمَةٍ.

تُسَمَّى النُّقْطَتَانِ أ ، ب طَرَفِي الْقِطْعَةِ الْمُسْتَقِيمَةِ وَنَرْمُزُ لَهَا بِالرَّمْزِ $\overline{\text{أب}}$ أو $\overline{\text{ب أ}}$



الْخَطُّ الْمُسْتَقِيمُ

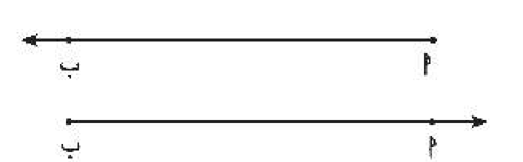


ضَعِ الْمِسْطَرَةَ عَلَى الْقِطْعَةِ الْمُسْتَقِيمَةِ أب وَمُدَّ خَطًّا مِنْ جِهَةِ أ وَمِنْ جِهَةِ ب فَتَجِدُ أَنَّهُ لِأَيِّ نُقْطَتَيْنِ مُخْتَلِفَتَيْنِ يُوجَدُ خَطٌّ مُسْتَقِيمٌ وَاحِدٌ يَمُرُّ بِهِمَا وَنَرْمُزُ لَهُ بِالرَّمْزِ $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ أو $\overleftrightarrow{\text{ب أ}}$

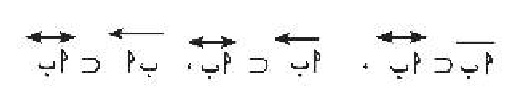
الخَطُّ الْمُسْتَقِيمُ يَقَعُ عَلَيهِ عَدَدٌ غَيْرُ نِهَائِيٍّ مِنَ النُّقَطِ والسَّهْمَانِ يُشيرَانِ إِلَى أَنَّ الْخَطَّ الْمُسْتَقِيمَ مُمْتَدٌّ مِنْ جِهَتَيْهِ بِلاَ حُدُودٍ

الشُّعَاعُ

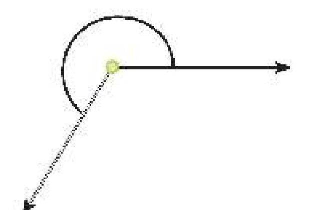
ضَعِ الْمِسْطَرَةَ عَلَى الْقِطْعَةِ الْمُسْتَقِيمَةِ أب وَمدَّ خطًّا مِنْ جِهَةِ ب فَتَجِدُ أَنَّ الْقِطْعَةَ الْمُسْتَقِيمَةَ أب ومَجْمُوعَةُ النُّقَطِ عَلَى يَسَارِ النُّقْطَةِ ب تُسَمَّى شُعَاعًا وَنَرْمُزُ لَهُ بِالرَّمْزِ $\overleftarrow{\text{أب}}$ حَيْثُ أ نُقْطَةُ بِدَايَةِ الشُّعَاعِ وَلا يَتَعَيَّنُ لَهُ نُقْطَةُ نِهَايَةٍ فَالشُّعَاعُ لاَ يَتَحَدَّدُ لَهُ طُولٌ.



وَمِنْ ذَلِكَ نَرَى أَنَّ:

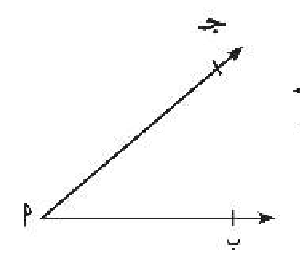


$\overline{\text{أب}} \subset \overleftrightarrow{\text{أب}}$ ، $\overleftarrow{\text{أب}} \subset \overleftrightarrow{\text{أب}}$ ، $\overleftarrow{\text{ب أ}} \subset \overleftrightarrow{\text{أب}}$

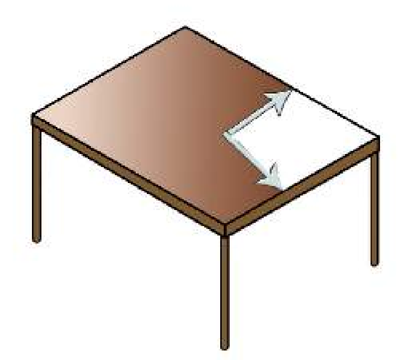


الزَّاوِيــــةُ

فــي حالــة دَوَرَانُ شُــعَاعٍ مِنْ وَضْــعٍ إِلَى وَضْعٍ آخَرَ حَوْلَ نُقْطَةُ بِدْءِ الشُّعَاعِ تنشأ زاوية.



إِذَا كَانَتْ أ ، ب ، جـ ثَلاَثَ نُقَطٍ لَيْسَــتْ عَلَى اسْــتِقَامَةٍ وَاحِدَةٍ فَإِنَّ $\overrightarrow{\text{أب}}$ ، $\overrightarrow{\text{أجـ}}$ يُكَوِّنَانِ الزَّاوِيَةَ ب أ جـ وَيُرْمَزُ لَهَا بِالرَّمْزِ ∠ ب أ جـ ، $\overrightarrow{\text{أب}}$ ∪ $\overrightarrow{\text{أجـ}}$ = ∠ ب أ جـ



> الزَّاوِيَةُ هِيَ اتِّحَادُ شُعَاعَيْنِ لَهُمَا نُقْطَةُ الْبِدَايَةِ نَفْسِهَا.
>
> نُقْطَةُ بِدَايَةِ الشُّعَاعَيْنِ تُسَمَّى رَأْسَ الزَّاوِيَةِ.
>
> يُسَمَّى كُلٌّ مِنَ الشُّعَاعَيْنِ ضِلْعَ الزَّاوِيَةِ.

- تُجَزِّئُ الزَّاوِيَةُ الْمُسْتَوَى إِلَى ثَلاَثِ مَجْمُوعَاتٍ مِنَ النُّقَط:
- الزَّاوِيَةُ. • دَاخِلُ الزَّاوِيَةِ. • خَارِجُ الزَّاوِيَةِ.

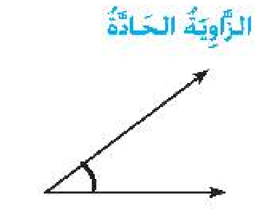
أَنْوَاعُ الزَّوَايَا:

تُصَنَّفُ الزَّوَايَا حَسَبَ قِيَاسِهَا وَذَلِكَ عَلَى النَّحْوِ التَّالِي:

الزَّاوِيَةُ الصِّفْرِيَّةُ

هِيَ الزَّاوِيَةُ الَّتِي قِيَاسُهَا صِفْرٌ° وينطبق ضِلْعَاهَا

الزَّاوِيَةُ الحَادَّةُ

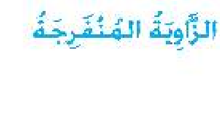


صفر < قِيَاسُ الزَّاوِيَةِ الحَادَّةِ < ٩٠°

الزَّاوِيَةُ القَائِمَةُ

هِيَ الزَّاوِيَةُ الَّتِي قِيَاسُهَا ٩٠°

الزَّاوِيَةُ الْمُنْفَرِجَةُ

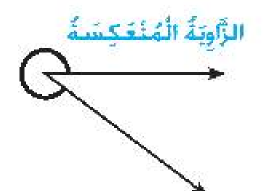


٩٠° < قِيَاسُ الزَّاوِيَةِ الْمُنْفَرِجَةِ < ١٨٠°

الزَّاوِيَةُ الْمُسْتَقِيمَةُ

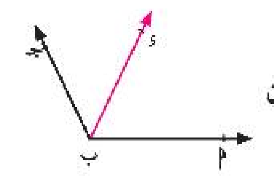
هِيَ الزَّاوِيَةُ الَّتِي قِيَاسُهَا ١٨٠° وَيَكُونُ ضِلْعَاهَا عَلَى اسْتِقَامَةٍ واحِدَةٍ

الزَّاوِيَةُ الْمُنْعَكِسَةُ



١٨٠° < قِيَاسُ الزَّاوِيَةِ الْمُنْعَكِسَةِ < ٣٦٠°

بعض العلاقات بين الزوايا



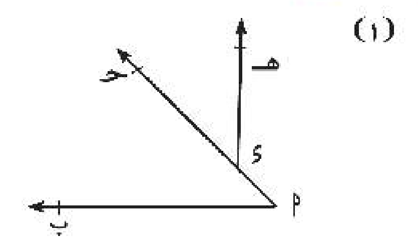
الزاويتان المتجاورتان

يُقَالُ لزَاويتَيْن أنَّهُمَا مُتَجَاوِرتَان إذا اشْـتَرَكَتا فِي رَأْسٍ وضِلْعٍ وَكَانَ الضِّلْعَان الآخَرَان فِي جِهَتَين مُخْتَلِفَتَين مِن الضِّلع المُشْتَرك.

∠ أ ب د ، ∠ حـ ب د مُتَجاوِرَتَان.

ويلاحظ أن :

(١)

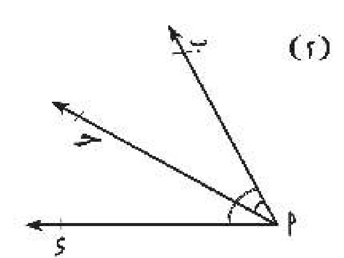


∠ ب أ حـ ، ∠ هـ د حـ غير مُتَجاوِرَتَين

لعدم اشتراكهما فى الرأس

(٢)

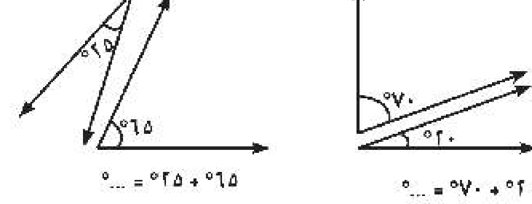




∠ ب أ حـ ، ∠ ب أ د غير مُتَجاوِرَتَين

لأن الضلعين $\overleftarrow{أحـ}$ ، $\overleftarrow{أد}$ فى جهة واحدة من الضلع المشترك $\overleftarrow{أب}$

الزَّاوِيَتَان المُتَتَامَّتَانِ



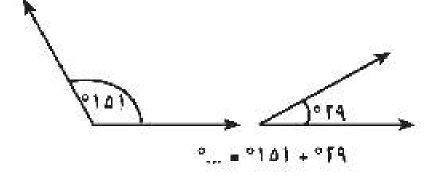
ارْسُمْ زَاوِيَتَيْنِ قِيَاسَاهُمَا ٧٠° ، ٢٠°

ارْسُمْ زَاوِيَتَيْنِ قِيَاسَاهُمَا ٦٥° ، ٢٥°

مَاذَا تُلَاحِظُ عِنْدَ إِيجَادِ نَاتِج جَمْعِ كُلِّ زَوْجٍ مِنَ الزَّوَايَا؟

> الزَّاوِيَتَانِ المُتَتَامَّتَانِ هُمَا زَاوِيَتَانِ مَجْمُوعُ قِيَاسَيْهِمَا ٩٠°

الزَّاوِيَتَان الْمُتَكَامِلَتَانِ



٥٥° ١٢٥°

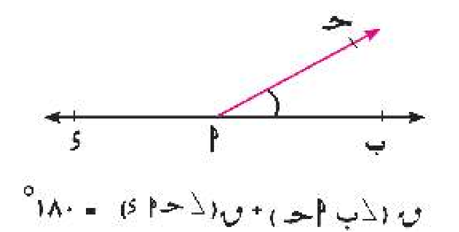
١٢٥° + ٥٥° = ...°

ارْسُمْ زَاوِيَتَيْنِ قِيَاسَاهُمَا ١٢٥° ، ٥٥°

ارْسُمْ زَاوِيَتَيْنِ قِيَاسَاهُمَا ٢٩° ، ١٥١°

مَاذَا تُلَاحِظُ عِنْدَ إِيجَادِ نَاتِج جَمْعِ كُلِّ زَوْجٍ مِنَ الزَّوَايَا؟

الزَّاوِيَتَانِ الْمُتَجَاوِرَتَانِ الْحَادِثَتَانِ مِنْ تَقَاطُعِ مُسْتَقِيمٍ وَشُعَاعٍ نُقْطَةُ بِدَايَتِهِ تَقَعُ عَلَى هَذَا الْمُسْتَقِيمِ مُتَكَامِلَتَانِ

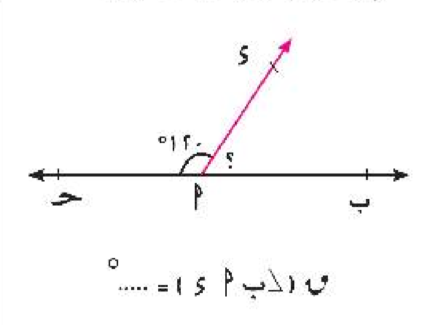


ق (∠ب أ حـ) + ق (∠حـ أ ء) = ١٨٠°

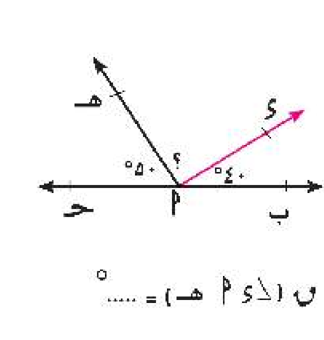
تدريب :

فى كل من الأشكال الآتية :

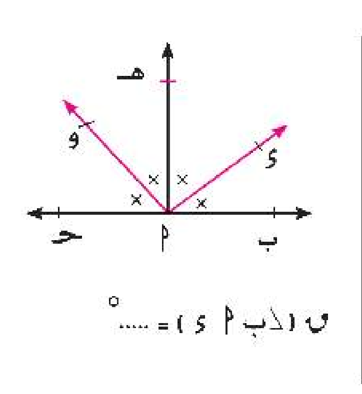
إذا كان أ ∈ $\overleftrightarrow{\text{ب حـ}}$ فأكمل :



ق (∠ب أ ء) = ...°



ق (∠ء أ هـ) = ...°



ق (∠ب أ ء) = ...°

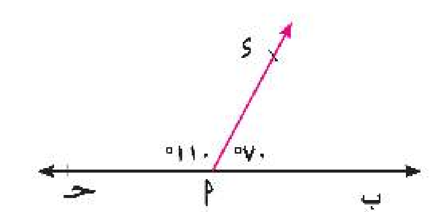
ارْسُمْ زَاوِيَتَيْنِ متجاورتين ب أ ء ، ء أ حـ مجموع قياسيهما ١٨٠°

كرر ذلك عدة مرات . ما العلاقة بين $\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftarrow{\text{أ حـ}}$

إذا كانت الزاويتان المتجاورتان متكاملتين فإن الضلعين المتطرفين لهما على استقامة واحدة

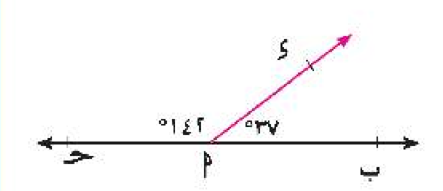
$\overleftarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftarrow{\text{أ حـ}}$ على استقامة واحدة

مثـــال ١



أب ، أحـ على استقامة واحدة

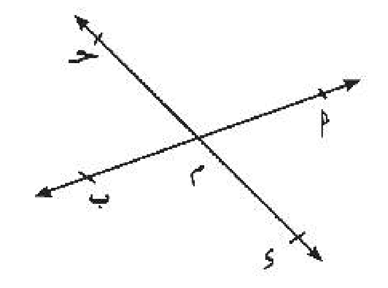
لأن ق (∠ ب أ ء) + ق (∠ ء أ حـ) = ١٨٠°



أب ، أحـ ليسا على استقامة واحدة

لأن ق (∠ ب أ ء) + ق (∠ ء أ حـ) ≠ ١٨٠°

الزاويتان المتقابلتان بالرأس :



ارْسُم أب ، حـ ء يتقاطعان فى م

ثم قس الزوايا أم حـ ، حـ م ب ، ب م ء ، أ م ء

ماذا تلاحظ ؟

إذا تقاطع مستقيمان فإن كل زاويتين متقابلتين بالرأس تكونان متساويتين فى القياس.

الزَّوَايَا الْمُتَجَمِّعَةُ حَوْلَ نُقْطَةٍ

من نقطة مثل م ارسم . م أ ، م ب ، م حـ ، م ء

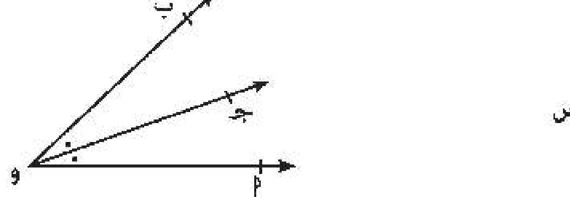
قس الزوايا المتجاورة الناتجة.

ق(∠ أ م ب) + ق(∠ ب م حـ) + ق(∠ حـ م ء) + ق(∠ ء م أ) = ...

كرر ذلك عدة مرات (ماذا تلاحظ؟)

مَجْمُــوعُ قِيَاسَـــاتِ الزَّوَايَا الْمُتَجَمِّعَةِ حَوْلَ نُقْطَةٍ = ٣٦٠°

منصف الزاوية :

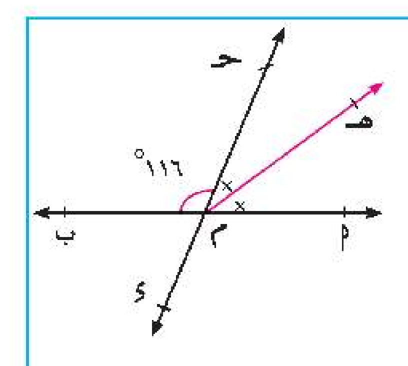


الشكل المقابل :

$\overleftarrow{\text{و جـ}}$ يقسم ∠ أ و ب إلى زاويتين لهما نفس القياس

ويسمى $\overleftarrow{\text{و جـ}}$ بمنصف ∠ أ و ب

مثال ٢



فى الشكل المقابل :

م نقطة تقاطع المستقيمين $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$

، $\overleftarrow{\text{م هـ}}$ ينصف ∠ أ م جـ ، ق (∠ ب م جـ) = ١١٦°

أوجد : ق (∠ أ م جـ) ، ق (∠ أ م د) ، ق (∠ أ م هـ)

الحــــل :

ق (∠ أ م جـ) = ١٨٠° - ١١٦° = ٦٤°

ق (∠ أ م د) = ق (∠ جـ م ب) = ١١٦° بالتقابل بالرأس

ق (∠ أ م هـ) = $\frac{١}{٢}$ ق (∠ أ م جـ) = $\frac{٦٤}{٢}$ = ٣٢°

مثال ٣

فى الشكل المقابل :

أكمل :

(١) ق (∠ جـ م د) = ... °

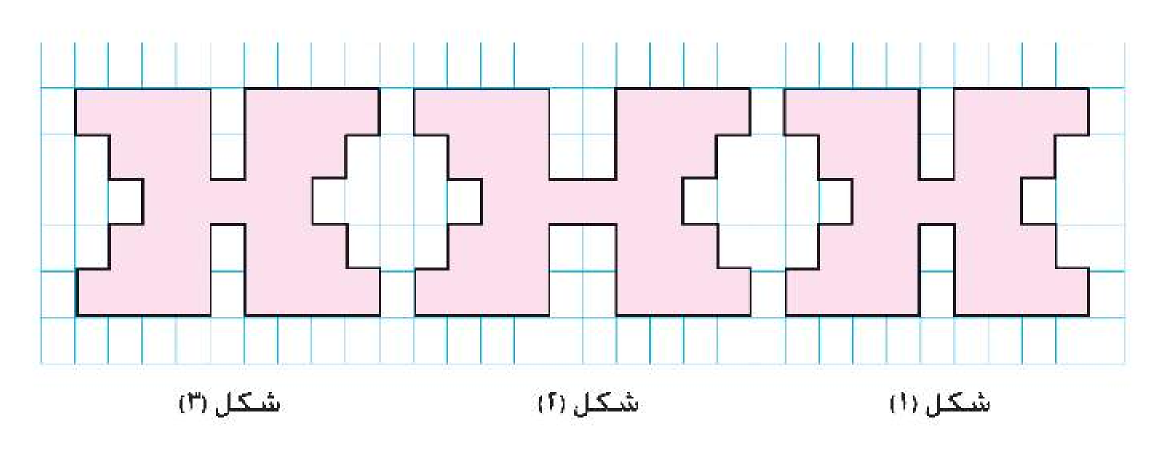
(٢) ..... ، ..... يقعان على استقامة واحدة

الحــــل :

(١) ق (∠ جـ م د) = ٣٦٠° - (٥٠° + ١٣٠° + ٧٥°) = ١٠٥°

(٢) $\overleftarrow{\text{م أ}}$ ، $\overleftarrow{\text{م جـ}}$ يقعان على استقامة واحدة.

الدَّرْسُ الثانى التَّطَابُـــقُ



شكل (١) شكل (٢) شكل (٣)

ارْسُمِ الشَّكْلَ (١) عَلَى وَرَقٍ شَفَّافٍ وَحَاوِلْ تَطْبِيقَهُ عَلَى الشَّكْلِ (٢)، وَالشَّكْلِ (٣) ثُمَّ أَكْمِلْ:

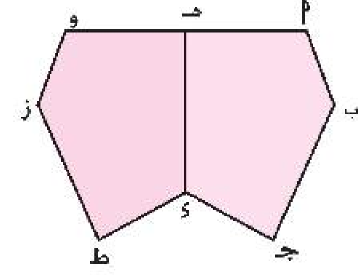
الشَّكْلُ (...) والشَّكْلُ (...) مُتَطَابِقَانِ أما الشَّكْلُ (...) والشَّكْلُ (...) غَيْرُ مُتَطَابِقَيْنِ.

يَتَطَابَقُ الشَّكْلانِ الْهَنْدَسِيَّانِ إِذَا وُجِدَ تَنَاظُر بَيْنَ رُءُوسِ الشَّكْلَيْنِ بِحَيْثُ يُطَابِقُ كُلُّ ضِلْعٍ وَكُلُّ رَأْسٍ فِي الشَّكْلِ نَظِيرَه فِي الشَّكْلِ الآخَرِ.

تَتَطَابَقُ الْقِطْعَتَانِ الْمُسْتَقِيمَتَانِ إِذَا كَانَتَا مُتَسَاوِيَتَيْنِ فِى الطُّولِ.

تَتَطَابَقُ الزَّاوِيَتَانِ إِذَا كَانَتَا مُتَساوِيَتَيْنِ فِي الْقِيَاسِ.

الْمُضَلَّعُ أ ب جـ ء هـ يُطَابِقُ المضلع و ز ط ء هـ ، الْمُضَلَّعَانِ لَهُمَا نَفْسُ التَّرْتِيبِ عِنْدَ كِتَابَةِ رُءُوسِهِمَا الْمُتَطَابِقَةِ:



أَكْمِلْ:

أ ب = ... ، ء هـ = ...

ب جـ = ... ، هـ أ = ...

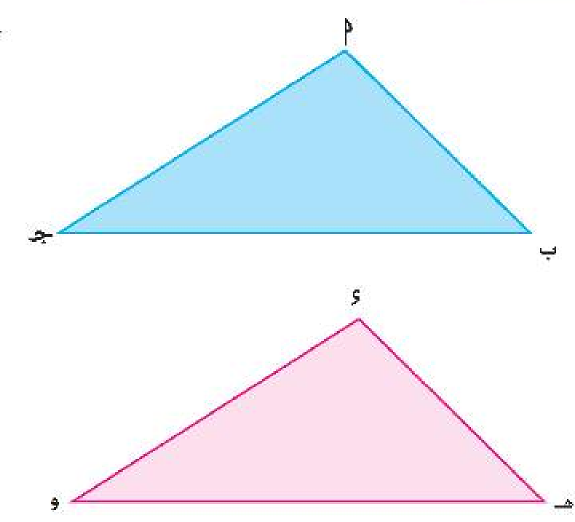
جـ ء = ... ، لَاحِظْ أَنَّ ء هـ ضِلْعٌ مُشْتَرَكٌ لِلْمُضَلَّعَيْنِ.

ق (∠ أ) = ق (∠ ....) ، ق (∠ جـ ء هـ) = ق (∠ ....)

ق (∠ ب) = ق (∠ ....) ، ق (∠ ء هـ أ) = ق (∠ ....)

ق (∠ جـ) = ق (∠ ....)

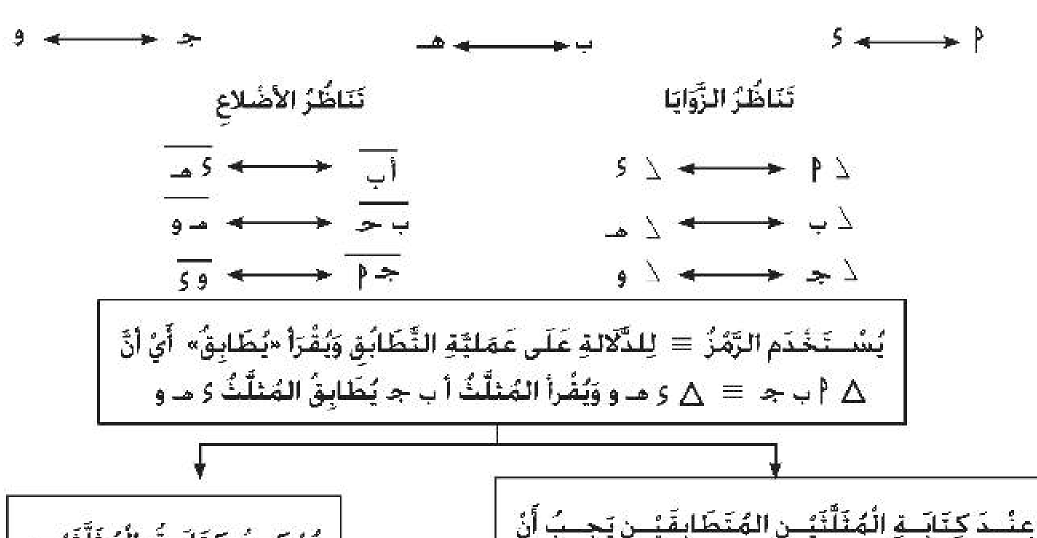
تَطَابُقُ الْمُثَلَّثَاتِ



نَعْلَمُ أَنَّ لِأَيِّ مُثَلَّثٍ ثَلَاثَةَ أَضْلَاعٍ وَثَلَاثَ زَوَايَا، وَهِيَ تُعْرَفُ بِالْعَنَاصِرِ السِّتِّ لِلْمُثَلَّثِ.

يَتَطَابَقُ الْمُثَلَّثَانِ إِذَا وُجِدَ تَنَاظُرٌ بَيْنَ رُءُوسِ الْمُثَلَّثَيْنِ بِحَيْثُ يُطَابِقُ كُلُّ عُنْصُرٍ مِنَ الْعَنَاصِرِ السِّتَّةِ لِأَحَدِهِمَا الْعُنْصُرَ الْمُنَاظِرَ مِنَ الْمُثَلَّثِ الآخَرِ.

انْقُلْ عَلَى وَرَقٍ شَفَّافٍ الْمُثَلَّثَ أ ب جـ وَضَعْهُ عَلَى الْمُثَلَّثِ د هـ و سَتَجِدُ لِكُلِّ عُنْصُرٍ فِي △ أ ب جـ عُنْصُرًا يُنَاظِرُهُ فِي △ د هـ و وَعَبِّرْ عَنْ ذَلِكَ كَمَا يَلِي:



يُسْتَخْدَمُ الرَّمْزُ ≡ لِلدَّلَالَةِ عَلَى عَمَلِيَّةِ التَّطَابُقِ وَيُقْرَأُ «يُطَابِقُ» أَيْ أَنَّ △ أ ب جـ ≡ △ د هـ و وَيُقْرَأُ الْمُثَلَّثُ أ ب جـ يُطَابِقُ الْمُثَلَّثَ د هـ و

عِنْدَ كِتَابَةِ الْمُثَلَّثَيْنِ الْمُتَطَابِقَيْنِ يَجِبُ أَنْ يَكُونَ لَهُمَا نَفْسُ التَّرْتِيبِ فِي كِتَابَةِ رُءُوسِهِمَا الْمُتَنَاظِرَةِ

△ أ ب جـ   △ د هـ و

يُمْكِنُ كِتَابَةُ الْمُثَلَّثَيْنِ بِنَفْسِ التَّنَاظُرِ بِسِتِّ طُرُقٍ:

△ ب جـ أ ≡ △ هـ و د

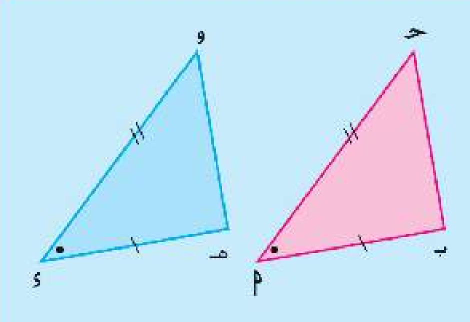
△ جـ أ ب ≡ △ و د هـ

⋮ ⋮

تَطَابُقُ مُثَلَّثَانِ

لإثْبَاتِ تَطَابُقِ مُثَلَّثَيْنِ فَإِنَّهُ لَيْسَ مِنَ الضَّرُورِيِّ إِثْبَاتُ تَطَابُقِ الْعَنَاصِرِ السِّتِّ مِنْ أَحَدِهِمَا مَعَ نَظَائِرِهَا مِنَ الْمُثَلَّثِ الآخَرِ بَلْ يَكْفِي إِثْبَاتُ تَطَابُقِ ثَلَاثَةِ عَنَاصِرَ فِي أَحَدِهِمَا مَعَ نَظَائِرِهَا فِي الْمُثَلَّثِ الآخَرِ. أَحَدُهَا ضِلْعٌ عَلَى الأَقَلِّ وَبِالتَّالِي تَكُونُ الْعَنَاصِرُ الثَّلَاثَةُ الأُخْرَى فِي أَحَدِهِمَا مُطَابِقَةً لِنَظَائِرِهَا فِي الْمُثَلَّثِ الآخَرِ.

نشاط (١) :



- ارسم المثلث ﺃ ب جـ ، المثلث ء هـ و اللذين فيهما:

  ق(∠ و ء هـ) = ق(∠ جـ ﺃ ب) ، ء هـ = ﺃ ب، ء و = ﺃ جـ

  قِسْ: ب جـ ، هـ و ، ∠ ﺃ ب جـ ، ∠ ء هـ و. ماذا تلاحظ؟

- كَرِّرِ الْعَمَلَ السَّابِقَ بِتَغْيِيرِ طولى الضلعين وقياس الزاوية المحصورة بينهما.

  حَرِّكِ الْمُثَلَّثَ ء هـ و وَتَحَقَّقْ أَنَّهُ يَنْطَبِقُ عَلَى الْمُثَلَّثِ ﺃ ب جـ

  هَلْ هَذَا يَكْفِي لأن يَكُونَ الْمُثَلَّثُ ﺃ ب جـ ≡ الْمُثَلَّثُ ء هـ و؟

- الحالة الأولى :

  يتطابق المثلثان إذا تطابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما فى أحد المثلثين مع نظائرها فى المثلث الآخر.

مثـــال

فى الشكل المقابل :

ﺃ ب ∩ جـ ء = {م} ،

ﺃ م = ب م ، جـ م = ء م

هل △ ﺃ م جـ ≡ △ ب م ء ؟ ولماذا ؟

الحـــل :

من الشكل : ﺃ م = ب م ، جـ م = ء م

، ق(∠ ﺃ م جـ) = ق(∠ ب م ء) بالتقابل بالرأس

فيكون : △ ﺃ م جـ ≡ △ ب م ء ؟ (تطابق ضلعان والزاوية المحصورة)

نشـاط (٢) :

- ارسم المثلث أ ب جـ ، المثلث ء هـ و اللذين فيهما:

أ ب = ء هـ ، ق(∠ جـ أ ب) = ق(∠ و ء هـ)

ق(∠ جـ ب أ) = ق(∠ و هـ ء)

قِسْ: $\overline{\text{أ جـ}}$ ، $\overline{\text{ء و}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{هـ و}}$ ∠ أ جـ ب

∠ ء و هـ . ماذا تلاحظ ؟

- كَرِّرِ الْعَمَلَ السَّابِقَ بِتَغْيِيرِ قِيَاسَيِ الزَّاوِيَتَيْنِ وَالضِّلْعِ الْمَرْسُومِ بَيْنَ رَأْسَيْهِمَا.

حَرِّكِ الْمُثَلَّثَ ء هـ و وَتَحَقَّقْ أَنَّهُ يَنْطَبِقُ عَلَى الْمُثَلَّثِ أ ب جـ

هَلْ هَذَا يَكْفِي لأن يكُونَ الْمُثَلَّثِ أ ب جـ ≡ الْمُثَلَّثَ ء هـ و؟

- الحالة الثانية :

يتطابق المثلثان إذا تطابق زاويتان والضلع المرسوم بين رأسيهما فى أحد المثلثين مع نظائرها فى المثلث الآخر.

تدريب


فى الشكل المقابل :


أكمل :

Δ أ ب جـ ≡ ....


(ولماذا ؟)

ومن نتائج التطابق :

ق(∠ أ) = ق(∠ ......) ،

أ ب = ... ،

.... = ب ء

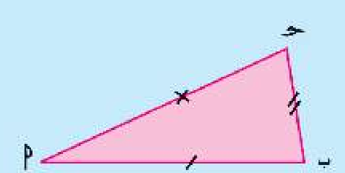
نشـاط (٣) :

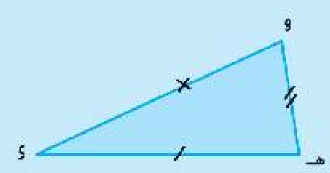
- ارسـم المثلث ﺃ ب جـ ، المثلث ء هـ و اللذين فيهمَا:

ﺃ ب = ء هـ ، ء و = ﺃ جـ ، ب جـ = هـ و

قِسْ: ∠ ﺃ ، ∠ ء ، ∠ ب ، ∠ هـ ، ∠ جـ ، ∠ و

ماذا تلاحظ؟





- كَرِّرِ الْعَمَلَ السَّابِقَ بِتَغْيِير طول كل ضلع من أضلاع أحد المثلثين.

حَرِّكِ الْمُثَلَّثَ ء هـ و وَتَحَقَّقْ أَنَّهُ يَنْطَبِقُ عَلَى الْمُثَلَّثِ ﺃ ب جـ

هَلْ هَذَا يَكْفِي لأن يكُونَ الْمُثَلَّثِ ﺃ ب جـ ≡ الْمُثَلَّثَ ء هـ و؟

- الحالة الثالثة :

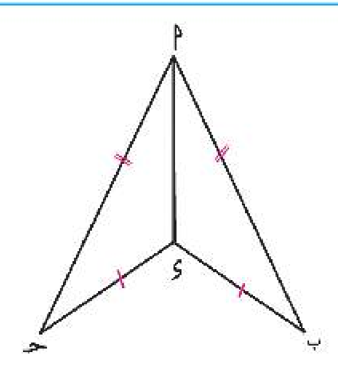
يتطابق المثلثان إذا تطابق كل ضلع فى أحد المثلثين مع نظائرها فى المثلث الآخر.

مثـــال

فى الشكل المقابل :

ﺃ ب = ﺃ جـ ، ب ء = جـ ء

تحقق من أن : $\overleftarrow{\text{ﺃ ء}}$ ينصف ∠ ﺃ



الحــــل :

△ ﺃ ب ء ≡ △ ﺃ جـ ء ؟ (تطابق الأضلاع)

فيكون : ق(∠ ب ﺃ ء) = ق(∠ جـ ﺃ ء) (من نتائج التطابق)

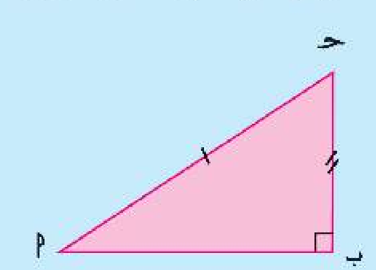
أى أن : $\overleftarrow{\text{ﺃ ء}}$ ينصف ∠ ﺃ

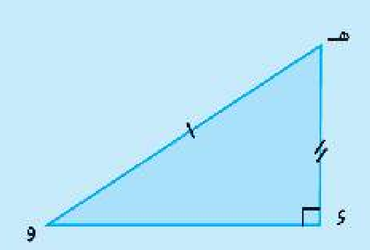
نشاط (٤) :

- ارسم المثلث أ ب جـ القائم الزاوية في ب ، المثلث و ء هـ حيث ق (∠ء) = ق(∠ب)

و هـ = جـ أ ، هـ ء = ب جـ

قِسْ: أب ، وء ، ∠ أ ، ∠ و ، ∠ جـ ، ∠ هـ ، ماذا تلاحظ؟





- كَرِّرِ الْعَمَلَ السَّابِقَ بِتَغْيِيرِ طُولَيْ وَترٍ وَأَحَدِ ضِلْعَيِ الزَّاوِيَةِ الْقَائِمَةِ فِي أَحَدِ الْمُثَلَّثَيْنِ.

حَرِّكِ الْمُثَلَّث و ء هـ وَتَحَقَّقْ أَنَّهُ يَنْطَبِقُ عَلَى الْمُثَلَّثِ أ ب جـ

هَلْ هَذَا يَكْفِي لأَنْ يَكُونَ الْمُثَلَّثُ أ ب جـ ≡ الْمُثَلَّثُ ء هـ و ؟

- الحالة الرابعة :

يتطابق المثلثان القائما الزاوية إذا تطابق وتر وأحد ضلعى القائمة فى أحد المثلثين مع نظائرها فى المثلث الآخر.

مثـــال

فى الشكل المقابل :

ادرس حالة التطابق ثم استنتج :

ق(∠ أ هـ ء) ، طول أ ء



الحــــل :

△ أ ب جـ ≡ △ ء هـ أ (تطابق وتر وضلع فى مثلثين قائما الزاوية)

∴ ق(∠ أ هـ ء) = ق(∠ جـ أ ب) = ٥٦° (من نتائج التطابق)

أ ء = جـ ب = ٥ سم

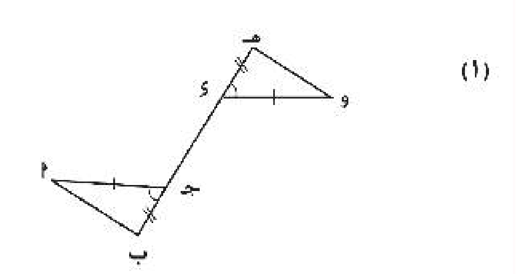
تدريب :

فى الأشكال التالية :

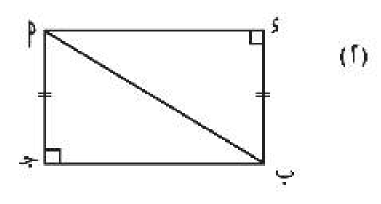
العلامات المتشابهة تدل على تطابق العناصر المبينة عليها هذه العلامات.

اذكر أزواج المثلثات المتطابقة . وأزواج المثلثات غير المتطابقة (مع ذكر السبب) :

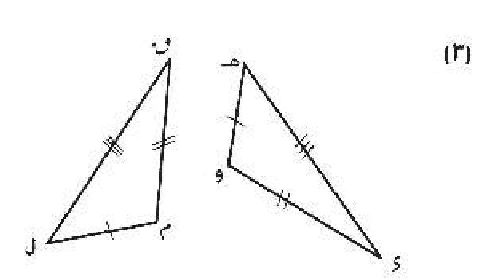
(١)



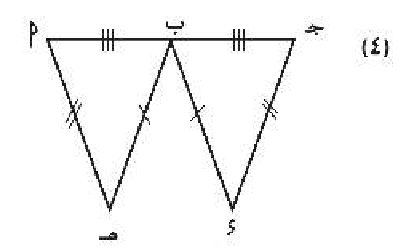
(٢)



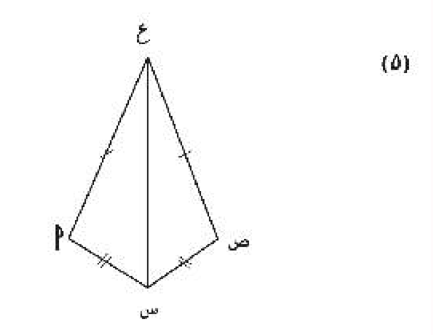
(٣)



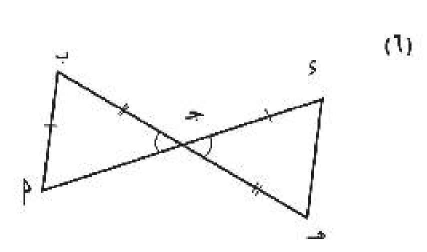
(٤)



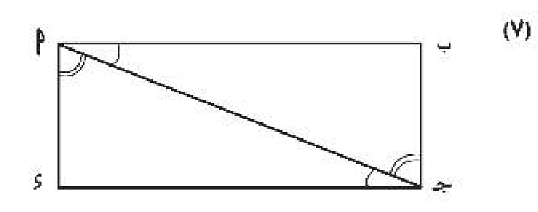
(٥)



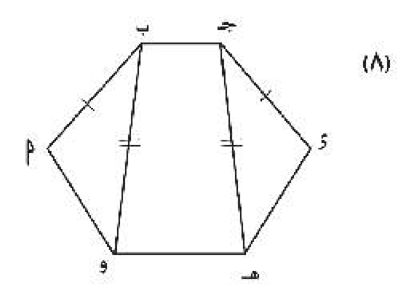
(٦)



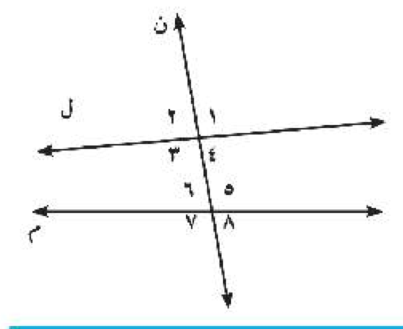
(٧)



(٨)



التوازى



ارْسُمْ مُسْتَقِيمَيْنِ «ل» ، «م» ثُمَّ ارْسُمْ مُسْتَقِيمًا ثَالِثًا «ن» قاطِعًا لَهُمَا.كما بالشكل:

- ينتج من ذلك ثمانية زوايا مختلفة يمكن تصنيفها إلى عدة أزواج من الزوايا وهى (متبادلة - متناظرة - داخلة).

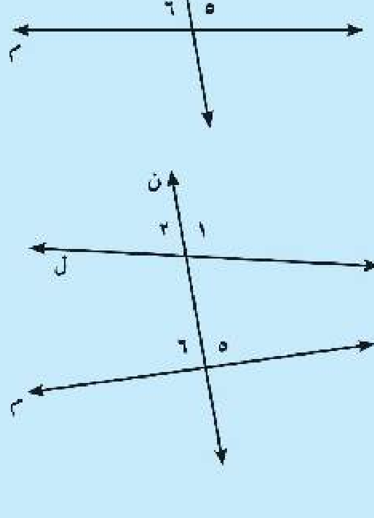
أنشطة :

١ **أكمل :**

∠ ٣ ، ∠ ٥ زَاوِيَتَانِ مُتَبَادِلَتَان

.... ، .... زَاوِيَتَانِ متبادلتان .

- وفى حالة المستقيمان ل ، م متوازيان لاحظ العلاقة بين أزواج الزوايا المتبادلة.



٢ ∠ ١ ، ∠ ٥ زَاوِيَتَانِ متناظرتان:

وبالمثل : .... ، .... زَاوِيَتَانِ متناظرتان .

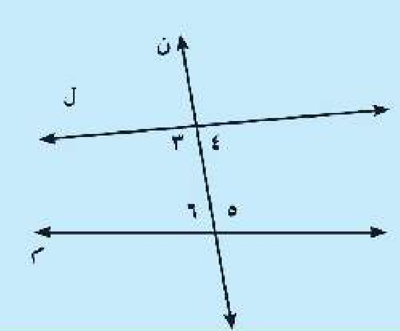
عَيِّنْ أَزْوَاجَ الزَّوَايَا الْمُتَنَاظِرَةَ الأُخْرَى

- وفى حالة المستقيمان ل ، م متوازيان لاحظ العلاقة بين أزواج الزوايا المتناظرة.

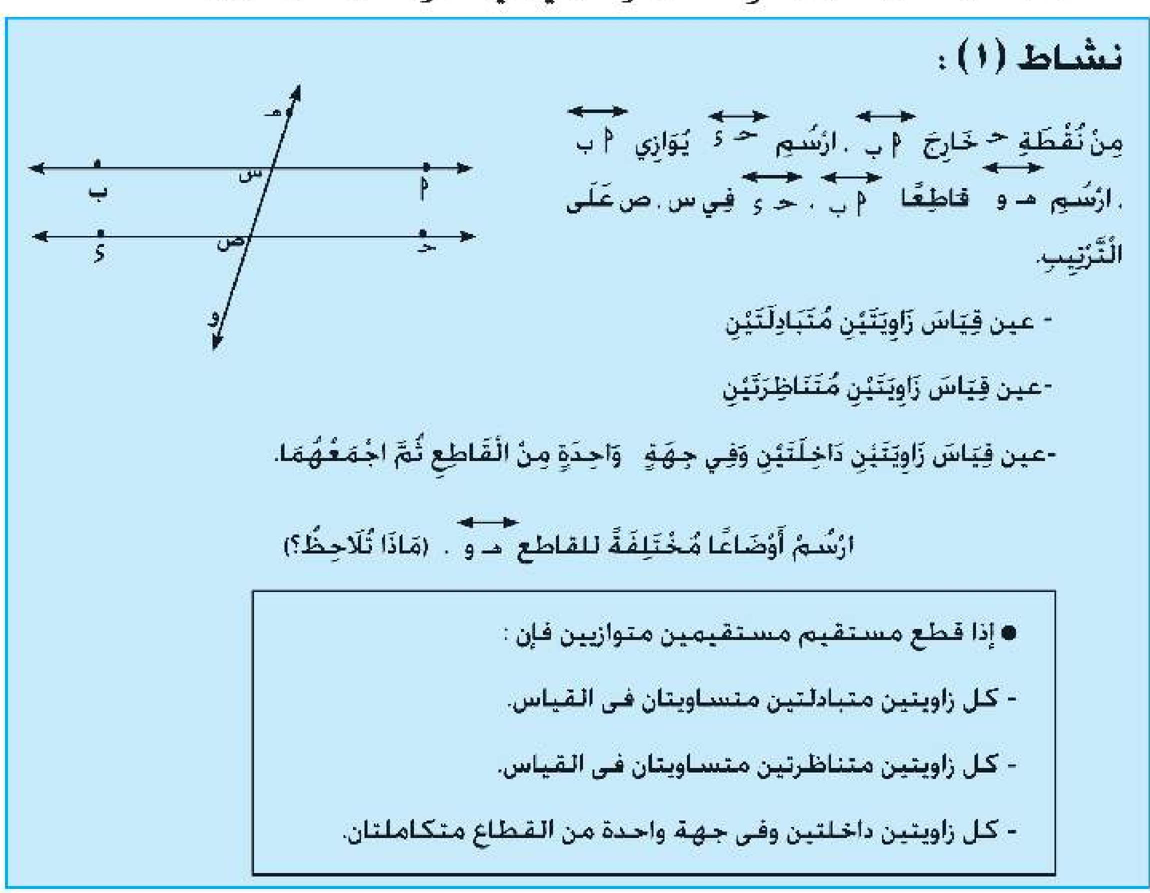
٣ ∠ ٤ ، ∠ ٥ زَاوِيَتَانِ داخلتان وفى جهة واحدة من القاطع.

وبالمثل : ..... ، ..... داخلتان وفى جهة واحدة من القاطع.

- وفى حالة المستقيمان ل ، م متوازيان لاحظ العلاقة بين مجموع أى زاويتين داخلتين وفى جهة واحدة من القاطع.



اسْتَخْدِمُ الْأَدَوَاتِ الْهَنْدَسِيَّةَ أَوِ الْحَاسِبَ الآلِيَّ فِي عَمَلِ الأَنْشِطَةِ الآتِيَةِ:



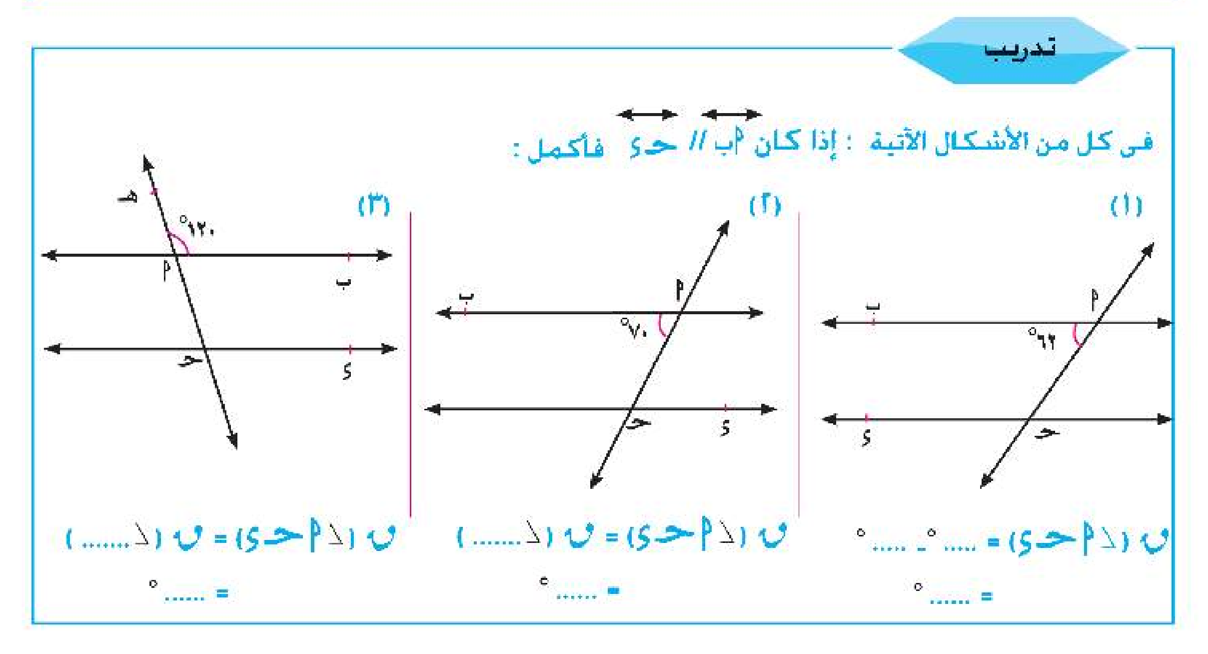
نشاط (١) :

مِنْ نُقْطَةِ حـ خَارِجَ $\overleftrightarrow{أ ب}$ ، ارْسُمْ $\overleftrightarrow{حـ ء}$ يُوَازِي $\overleftrightarrow{أ ب}$ ، ارْسُمْ $\overleftrightarrow{هـ و}$ قَاطِعًا $\overleftrightarrow{أ ب}$ ، $\overleftrightarrow{حـ ء}$ فِي س ، ص عَلَى التَّرْتِيبِ.

- عين قِيَاسَ زَاوِيَتَيْنِ مُتَبَادِلَتَيْنِ
- عين قِيَاسَ زَاوِيَتَيْنِ مُتَنَاظِرَتَيْنِ
- عين قِيَاسَ زَاوِيَتَيْنِ دَاخِلَتَيْنِ وَفِي جِهَةٍ وَاحِدَةٍ مِنْ الْقَاطِعِ ثُمَّ اجْمَعْهُمَا.

ارْسُمْ أَوْضَاعًا مُخْتَلِفَةً للقاطع $\overleftrightarrow{هـ و}$. (مَاذَا تُلَاحِظُ؟)

- إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن :
  - كل زاويتين متبادلتين متساويتان فى القياس.
  - كل زاويتين متناظرتين متساويتان فى القياس.
  - كل زاويتين داخلتين وفى جهة واحدة من القطاع متكاملتان.



تدريب

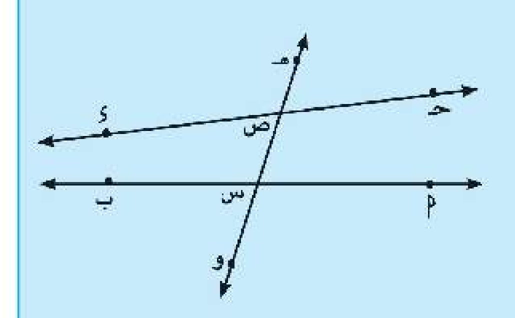
فى كل من الأشكال الآتية : إذا كان $\overleftrightarrow{أب}$ // $\overleftrightarrow{حـ ء}$ فأكمل :

(١) ق (∠ أ حـ ء) = ... - ..... ° = ... °

(٢) ق (∠ أ حـ ء) = ق (∠ ....) = ... °

(٣) ق (∠ أ حـ ء) = ق (∠ ....) = ... °

نشـاط (٢) :



[أ] ارْسُـــمِ أ ب ، جـ ء كَمَــا بِالشَّـــكْلِ ثُــمَّ ارْسُـــمِ هـ و قَاطِعًا لَهُمَـــا فِي س ، ص عَلَى التَّرْتِيبْ.

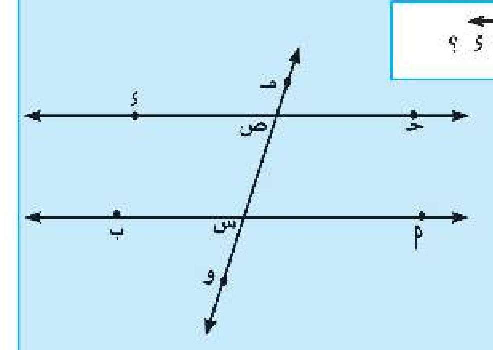
عـيــن قِـــيَاسَ الــزَّاوِيَتَيْنِ الْمُتَبَادِلَتَيْنِ

جـ ص س ، ب س ص.

أَدِرْ جـ ء حَوْلَ النُّقْطَةِ ص حَتَّى يَكُونَ ق(∠ جـ ص س) = ق(∠ ب س ص).

اخْتَبِرْ تَوَازِي جـ ء مَعَ أ ب بِرَسْمِ م ن يَمُرُّ بِالنُّقْطَةِ ص يُوَازِي أ ب

هَلِ م ن يَنْطَبِقُ عَلَى جـ ء ؟



عـيــن مرة أخرى قياس الــزَّاوِيَتَيْنِ الْمُتَبَادِلَتَيْنِ

جـ ص س ، ب س ص.

[ب] كَرِّرِ الْعَمَلَ السَّابِقَ فِي [أ] بِالنِّسْبَةِ إِلَى:

١) الزَّاوِيَتَيْنِ الْمُتَنَاظِرَتَيْنِ.

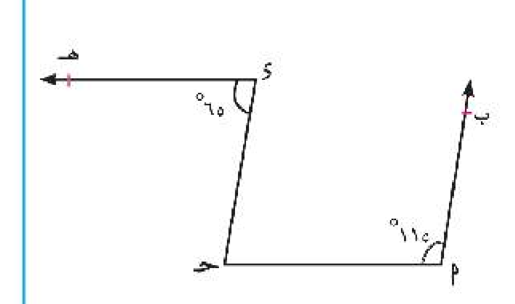
٢) الزَّاوِيَتَيْنِ الدَّاخِلَتَيْنِ الْمَرْسُومَتَيْنِ فِي جِهَةٍ وَاحِدَةٍ مِنَ الْقَاطِعِ

(ماذا تلاحظ ؟)

- يتوازى المستقيمان إذا قطعهما مستقيم ثالث وحدثت احدى الحالات الآتية:
  - زاويتان متبادلتان متساويتان فى القياس.
  - زاويتان متناظران متساويتان فى القياس.
  - زاويتان داخلتان وفى جهة واحدة من القاطع متكاملتان.

مثال

في الشكل المقابل :



إذا كان $\overleftarrow{\text{ؠب}}$ // $\overleftarrow{\text{حـء}}$ فهل $\overleftarrow{\text{ؠحـ}}$ // $\overleftarrow{\text{ء هـ}}$ ، ولماذا ؟

الحل

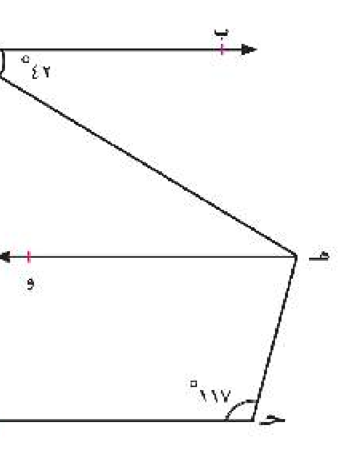
ں (∠ حـ) = ١٨٠° - ١١٥° = ٦٥° لأن ....

أى أن : ں (∠ حـ) = ں (∠ ء) = ٦٥°

فيكون : $\overleftarrow{\text{ؠحـ}}$ // $\overleftarrow{\text{ء هـ}}$

تدريب

في الشكل المقابل :



$\overleftarrow{\text{ؠب}}$ // $\overleftarrow{\text{هـ و}}$ ، $\overleftarrow{\text{هـ و}}$ // $\overleftarrow{\text{حـء}}$

ں (∠ ؠ) = ٤٢° ، ں (∠ حـ) = ١١٧°

عين ں (∠ ؠ هـ حـ)

الحل :

ں (∠ ؠ هـ حـ) = ں (∠ ؠ) + ں (∠ .....)

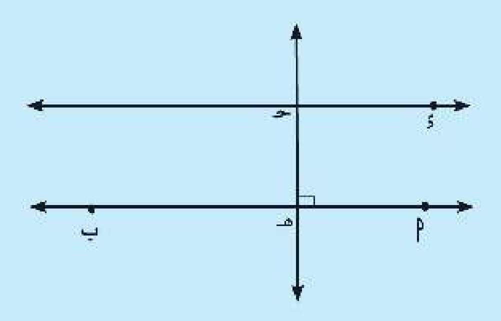
= .... ° + ... °

= .... °

لأن ....

نشـاط (٣) :

مِنْ نُقْطَةِ حـ خَارِجَ $\overleftrightarrow{\text{ﭐب}}$ ارْسُـم $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ يُوَازِي $\overleftrightarrow{\text{ﭐب}}$ وَارْسُـمْ أَيْضًا مُسْتَقِيمًا يَمُرُّ بِالنُّقْطَةِ حـ عَمُودِيًا عَلَى $\overleftrightarrow{\text{ﭐب}}$ وَيَقْطَعُهُ فِي هـ كَمَا بِالشَّكْلِ التَّالِي.



أَوْجِدْ قِيَاسَ ∠ ء حـ هـ

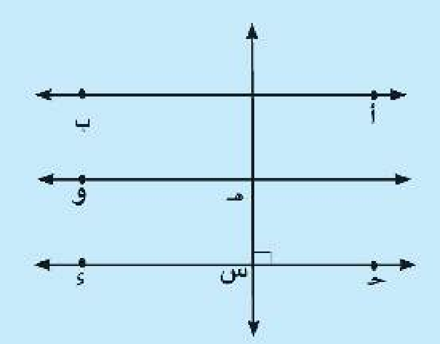
اسْتَنْتِجِ الْعَلَاقَةَ بَيْنَ $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{حـ هـ}}$

ارْسُمْ أَوْضَاعًا مُخْتَلِفَةً لِأَيٍّ مِنْ $\overleftrightarrow{\text{حـ هـ}}$ أَوْ $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$.

(مَاذَا تُلَاحِظُ؟)

> - المستقيم العمودى علي أحد مستقيمين متوازيين فى المستوى يكون عموديًا علي الآخر.
> - إذا كان كل من مستقيمين عمودي علي ثالثًا فى المستوى كان المستقيمان متوازيين.

نشـاط (٤) :



ارْسُمِ $\overleftrightarrow{\text{ﭐب}}$ يُوَازِي $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ ثُمَّ ارْسُمَ $\overleftrightarrow{\text{هـ و}}$ يُوَازِي $\overleftrightarrow{\text{ﭐب}}$

. ارْسُمِ $\overleftrightarrow{\text{هـ س}}$ عَمُودِيًا عَلَى $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ وَيَقْطَعُهُ فِي س.

أَوْجِدْ قِيَاسَ ∠ و هـ س

هَلْ $\overleftrightarrow{\text{هـ و}}$ يُوَازِي $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$ ؟ اذْكُرِ السَّبَبَ.

ارْسُم أَوْضَاعًا مُخْتَلِفَة لِأَيٍّ مِنْ $\overleftrightarrow{\text{هـ س}}$ أَوْ $\overleftrightarrow{\text{حـ ء}}$. (مَاذَا تُلَاحِظُ؟)

> إذا وازى مستقيمان مستقيمًا ثالثًا كان هذان المستقيمان متوازيين.

نشاط (٥) :

ارسم عدة مستقيمات متوازية ل$_{1}$ ، ل$_{2}$ ، ل$_{3}$ ، ل$_{4}$.
ثم ارسم المستقيم م$_{1}$ قاطعًا لها فى أ ، ب ، حـ ، ء
بحيث أ ب = ب حـ = حـ ء

ارسم المستقيم م$_{2}$ قاطعًا آخر

لهذه المستقيمات المتوازية ويقطعها

فى هـ ، و ، ز ، ح

هل هـ و = و ز = ز ح ؟

ارسم أوضاعًا مختلفة للقاطع م$_{2}$

ماذا تلاحظ ؟

● إذا قطع مستقيم عدة مستقيمات متوازية . وكانت أجزاء القاطع المحصورة بين هذه المستقيمات المتوازية متساوية فى الطول . فإن الأجزاء المحصورة بينها لأى قاطع آخر تكون متساوية فى الطول.

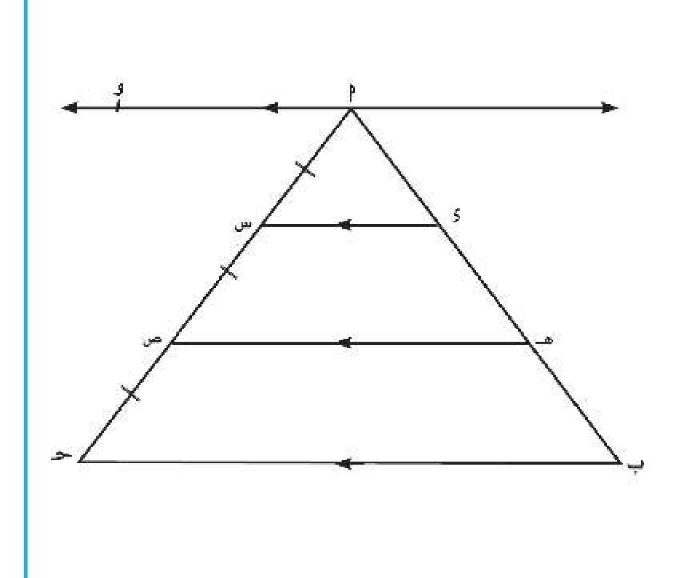
تدريب

فى الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{أو}$ // $\overleftrightarrow{ءس}$ // $\overleftrightarrow{هـص}$ // $\overleftrightarrow{بحـ}$.

أ س = س ص = ص حـ ، أ ب = ١٢ سم

فأوجد طول $\overline{ب هـ}$



الحل :

$\overleftrightarrow{أو}$ // ...... // ...... // ......

، أ س = ... = ...

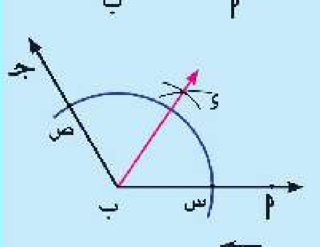
فيكون : أ ء = ء هـ = هـ ب

أى أن : ب هـ = $\frac{١}{٣}$ أ ب = ٤ سم

إِنْشَاءَاتٌ هَنْدَسِيَّةٌ

أنشطة :

١ إِنْشَاءُ مُنَصِّفٍ لِزَاوِيَةٍ مَعْلُومَةٍ :



الْمُعْطَيَاتُ: أ ب جـ زَاوِيَةٌ مَعْلُومَةٌ

الْمَطْلُوبُ: رَسْمُ مُنَصِّفِ ∠ أ ب جـ «بِاسْتِخْدَامِ الْفِرْجَارِ»

خُطُوَاتُ الْعَمَلِ:

١ نَرْكُزُ بِسِنِّ الْفِرْجَارِ عِنْدَ رَأْسِ الزَّاوِيَةِ ب وبِفَتْحَةٍ مُنَاسِبَةٍ نَرْسُمُ قَوْسًا يَقْطَعُ ب أ فِى س ، ب جـ فِى ص

٢ نَرْكُزُ بِسِنِّ الْفِرْجَارِ عِنْدَ كُلٍّ مِنْ س ، ص وَبِنَفْسِ الْفَتْحَةِ أَوْ فَتْحَةٍ مُنَاسِبَةٍ نَرْسُمُ قَوْسَيْنِ يَتَقَاطَعَانِ فِى ء



٣ نَرْسُمُ ب ء فَيَكُونُ هُوَ مُنَصِّفَ ∠ أ ب جـ

أَكْمِلْ: ب ء هُوَ ...... تُمَاثُلٍ لِلزَّاوِيَةِ أ ب جـ

٢ إِنْشَاءُ عَمُودٍ عَلَى مُسْتَقِيمٍ مَارٍّ بِنُقْطَةٍ لاَ تَنْتَمِى إِلَى الْمُسْتَقِيمِ : • جـ

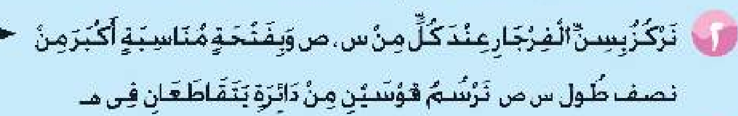
الْمُعْطَيَاتُ: أ ب مُسْتَقِيمٌ مَعْلُومٌ ، جـ ∉ أ ب

الْمَطْلُوبُ: رَسْمُ مُسْتَقِيمٍ جـ هـ عَمُودِيٍّ عَلَى أ ب

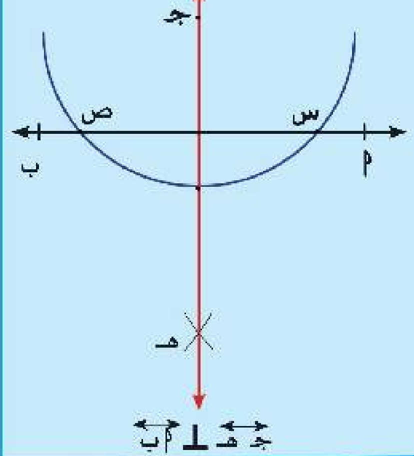
خُطُوَاتُ الْعَمَلِ:

١ نَرْكُزُ بِسِنِّ الْفِرْجَارِ عِنْدَ النُّقْطَةِ جـ وبِفَتْحَةٍ مُنَاسِبَةٍ نَرْسُم قَوْسًا مِنْ دَائِرَةٍ يَقْطَعُ أ ب فِى نُقْطَتَى س ، ص.

٢ نَرْكُزُ بِسِنِّ الْفِرْجَارِ عِنْدَ كُلٍّ مِنْ س ، ص وَبِفَتْحَةٍ مُنَاسِبَةٍ أَكْبَرَ مِنْ نصف طُول س ص نَرْسُمُ قَوْسَيْنِ مِنْ دَائِرَةٍ يَتَقَاطَعَانِ فِى هـ

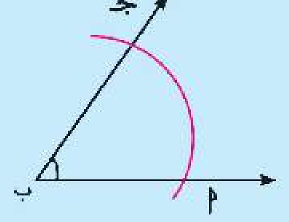


٣ نَرْسُمُ جـ هـ فَيَكُونُ جـ هـ عَمُودِيًّا عَلَى أ ب



أَكْمِلْ: جـ هـ هُوَ ...... تُمَاثُلٍ لِلْقِطْعَةِ الْمُسْتَقِيمَةِ س ص

٣ إِنْشَاءُ زاوية مطابقة (مساوية فى القياس) لزاوية معلومة



الْمُعْطَيَاتُ: أ ب جـ زَاوِيَةٌ مَعْلُومَةٌ

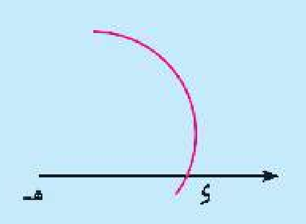
الْمَطْلُوبُ: رَسْمُ ∠ ء هـ و بحيث ق ∠ ء هـ و = ق ∠ أ ب جـ

«بدون اسْتِخْدَامِ المنقلة»

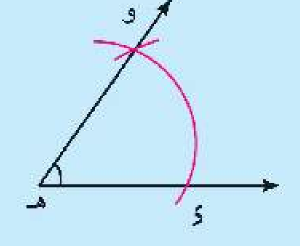
خُطُوَاتِ الْعَمَل:

١ نرسم شعاعًا بدايته هـ ليمثل احدى ضلعى الزاوية المراد رسمها.

٢ نركز بسن الفرجار عند ب ونرسم قوسًا من دائرة يقطع الشعاعين ب أ، ب جـ عند أ، جـ على الترتيب وبنفس الفتحة نركز بسن الفرجار عند هـ. ونرسم قوسًا من دائرة يقطع الشعاع عند ء



٣ نركز بسن الفرجار عند أ ثم نفتح الفرجار فتحة تساوى أ جـ. ثم نركز بسن الفرجار عند ء وبنفس الفتحة السابقة نرسم قوسًا يقطع القوس الأول فى و



٤ نرسم هـ و فتكون ∠ ء هـ و ≡ ∠ ....

(حيث الرمز ≡ يقرأ تطابق)

٤ تنصيفُ قطعةٍ مستقيمةٍ

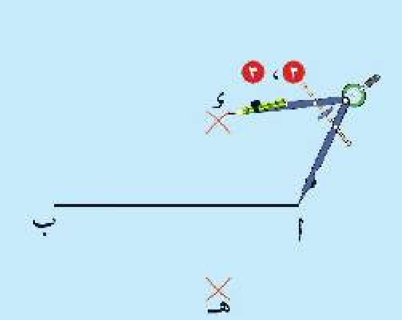
الْمُعْطَيَاتُ: $\overline{\text{أ ب}}$ قطعة مستقيمة معلومة

الْمَطْلُوبُ: تنصف $\overline{\text{أ ب}}$

خُطُوَاتِ الْعَمَل:

١ نرسم القطعة المستقيمَة $\overline{\text{أ ب}}$

٢ نركز بسنِّ الفرجار عند النقطة أ، ونفتح الفرجار فتحة مناسبة أكبر من نصف طول $\overline{\text{أ ب}}$ تقريبًا ثم نرسم قوسين من دائرة فى جهتين مختلفتين من $\overline{\text{أ ب}}$.



٣ نركز بسنِّ الفرجار عند ب وبنفس الفتحة السابقة نرسم قوسين من دائرة فى جهتى $\overline{\text{أ ب}}$ يتقاطعان مع القوسين السابقين فى نقطتى د، هـ.

٤ نرسم $\overleftrightarrow{\text{ى هـ}}$ فيقطع $\overline{\text{أ ب}}$ فى جـ فتكون نقطة جـ منتصف $\overline{\text{أ ب}}$

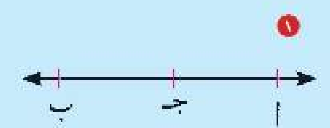
٥ إنشاءُ عمودٍ على مستقيمٍ مارٍّ بنقطةٍ تنتمى إلى المستقيم

الْمُعْطَيَاتُ: $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ مستقيم معلوم، جـ $\in$ $\overline{\text{أ ب}}$

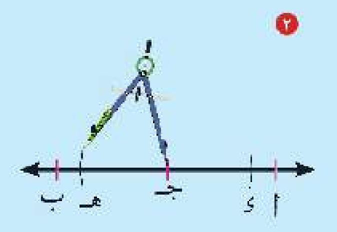
الْمَطْلُوبُ: رسم عمود على $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ من نقطة جـ .

خُطُوَاتِ الْعَمَلِ:

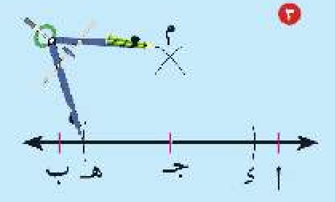




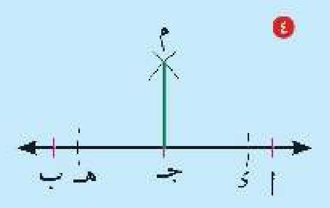
٢ نركز بسنِّ الفرجار عند جـ وبفُتحة مناسبة نرسمُ قوسين من دائرة في جهتين مختلفتين من النقطة جـ يقطعان $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ فى النقطتين ى، هـ



٣ نركز بسنِّ الفرجار عند كل من ى، هـ وبفتحة مناسبة أكبر من طول $\overline{\text{جـ ى}}$ نرسم قوسينِ فيتقاطع القوسان فى نقطة م.



٤ نرسم $\overline{\text{م جـ}}$ فيكون $\overleftrightarrow{\text{م جـ}}$ $\perp$ $\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$



تدرب

ارسم المثلثَ أ ب جـ حاد الزوايا ومختلف الأضلاع، ارسم محورَ تماثلٍ لكل ضلعٍ من أضلاعه " لاتمح الأقواس" هل محاورُ التماثل تتقاطعُ فى نقطة واحدة.

ناقش

أ إذا كان د هـ و مثلثًا منفرج الزاوية فى هـ أين تتقاطع محاور تماثل أضلاعه؟

ب إذا كان س ص ع مثلثًا قائم الزاوية فى ص أين تتقاطع محاور تماثل أضلاعه ؟

جـ قس أطوال القطع المستقيمة الواصلة بين نقطة تقاطع محاور التماثل ورؤوس المثلث فى كل حالة ماذا تلاحظ ؟

يستخدم الفرجار ذو السنين لقياس البعد بين نقطتين.

٦ رسمُ مستقيمٍ من نقطةٍ معلومةٍ موازٍ لمستقيمٍ معلومٍ

المُعْطَيَاتُ: مستقيم $\overleftrightarrow{أب}$ معلوم، جـ $\notin$ $\overleftrightarrow{أب}$

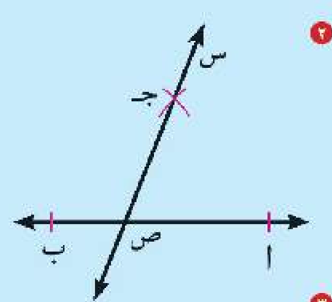
المَطْلُوبُ: رسم مستقيم من نقطة جـ يوازى $\overleftrightarrow{أب}$

خُطُوَاتِ العَمَل:

١ نرسمُ المستقيمَ $\overleftrightarrow{أب}$ ، جـ $\notin$ $\overleftrightarrow{أب}$

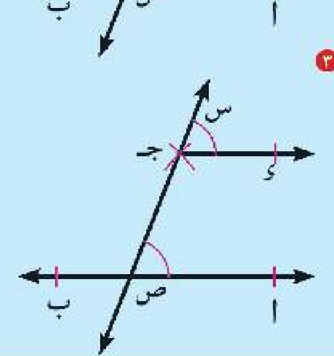


٢ نرسم المستقيمَ $\overleftrightarrow{س ص}$ يمر بالنقطة جـ ويقطع $\overleftrightarrow{أب}$ فى ص



٣ نرسم عند جـ الزاوية س جـ ء فى وضع تناظر مع ∠ أ ص س بحيث يكون
∠ س جـ ء ≡ ∠ س ص أ كما فى النشاط السابق

فيكون $\overleftrightarrow{جـ ء}$ // $\overleftrightarrow{أب}$





الأنشطة والتدريبات

الوحدة الأولى : الأعداد النسبية

الدَّرْسُ الأَوَّلُ — مَجْمُوعَةِ الأَعْـــــدَادُ النِّسْـــبِيَّةُ

تمرين (١ – ١)

١ اسْتَخْدِمْ خَطَّ الأَعْدَادِ فِي كِتَابَةِ الْعَدَدِ الْمُقَابِلِ لِلْعَدَدِ النِّسْبِيِّ الْمَكْتُوبِ فِي الْجَدْوَلِ :

$-\frac{٧}{٢}$ ، $-\frac{٦}{٢}$ ، $-\frac{٥}{٢}$ ، $-\frac{٤}{٢}$ ، $-\frac{٣}{٢}$ ، $-\frac{٢}{٢}$ ، $-\frac{١}{٢}$ ، ٠ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٢}$ ، $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{٤}{٢}$ ، $\frac{٥}{٢}$ ، $\frac{٦}{٢}$ ، $\frac{٧}{٢}$

العَدَدُ النِسْبِيُّ	$\frac{١}{٢}$	$\frac{٣}{٢}$	$\frac{٤}{٢}$	$-\frac{٥}{٢}$	$\frac{٧}{٢}$	$-\frac{٣}{٢}$	$-\frac{٧}{٢}$	$\frac{٢}{٢}$	$-\frac{٦}{٢}$	$\frac{٦}{٢}$
العَدَدُ النِسْبِيُّ الْمُقَابِلُ	$-\frac{١}{٢}$									

٢ أَكْمِلِ الأَعْدَادَ النِّسْبِيَّةَ عَلَى خَطِّ الأَعْدَادِ :

[أ] -٢ ، □ ، $-\frac{٤}{٣}$ ، -١ ، □ ، $-\frac{١}{٣}$ ، ٠ ، □ ، $\frac{٢}{٣}$ ، ١ ، □ ، $\frac{٥}{٣}$ ، ٢

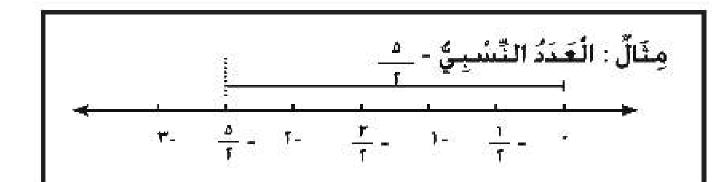
[ب] -١ ، $-\frac{٥}{٦}$ ، □ ، □ ، □ ، $-\frac{١}{٦}$ ، ٠ ، □ ، □ ، $\frac{٣}{٦}$ ، □ ، □ ، ١

٦
٥

[جـ] $-\frac{٧}{٦}$ ، □ ، -١ ، □ ، □ ، $-\frac{٢}{٥}$ ، □ ، ٠ ، $\frac{١}{٥}$ ، □ ، □ ، $\frac{٤}{٥}$ ، ١

(د) $\frac{١}{٣}$ ، □ ، □ ، □ ، □ ، $\frac{٢}{٣}$

٣ اسْتَخْدِمِ السَّهْمَ للتَّعْبِيرِ عَنِ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ الآتِيَةِ عَلَى خَطِّ الأَعْدَادِ :



[أ] $\frac{١}{٣}$ [ب] - $\frac{١}{٣}$ [جـ] - $\frac{٤}{٥}$

[د] - $٣\frac{١}{٢}$ [هـ] $١\frac{١}{٥}$

٤ ضَعْ عَلَامَةَ (√) أَمَامَ العِبَارَةِ الصَّحِيحَةِ وَعَلَامَةَ (×) أَمَامَ العِبَارَةِ غَيْرِ الصَّحِيحَةِ مَعَ ذِكْرِ السَّبَبِ:

[أ] العَدَدُ $\frac{١}{٣}$ ، عَدَدٌ طَبِيعِيٌّ. ( )

[ب] العَدَدُ - $\frac{١}{٣}$ ، عَدَدٌ صَحِيحٌ. ( )

[جـ] العَدَدُ $١٢\frac{٥}{٦}$ ، عَدَدٌ نِسْبِيٌّ. ( )

[د] العَدَدُ ٦,٥ ، عَدَدٌ نِسْبِيٌّ. ( )

[هـ] الصِّفْرُ لَيْسَ عَدَدًا نِسْبِيًّا مُوجَبًا وَلَيْسَ عَدَدًا نِسْبِيًّا سَالِبًا. ( )

[و] الصِّفْرُ هُوَ عُنْصُرٌ مِنْ عَنَاصِرِ مَجْمُوعَةِ أَعْدَادِ العَدِّ. ( )

٥ [أ] لِمَاذَا يُكْتَبُ فِي تَعْرِيفِ العَدَدِ النِّسْبِيِّ $\frac{أ}{ب}$ أَنَّ ب ≠ صِفْر ؟

[ب] أَيُّ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ $\frac{٧}{١٥}$ ، $\frac{٧}{٢٠}$ يُكْتَبُ عَلَى صُورَةِ عَدَدٍ عَشْرِيٍّ مُنْتَهٍ ؟

[جـ] اكْتُبِ الأَعْدَادَ النِّسْبِيَّةَ الآتِيَةَ عَلَى صُورَةِ عَدَدٍ عَشْرِيٍّ : ١) $\frac{٦}{١١}$ ٢) - $٣\frac{١}{١٥}$

[د] أَوْجِدْ : | - $٣\frac{١}{٢}$ | ، | $\frac{٥}{٨}$ | ، | - ٠,٣٧ | ، | - ٠,٢ | ، | - $\frac{١}{٣}$ |

٦ اكْتُبِ الأَعْدَادَ الآتِيَةَ عَلَى الصُّورَةِ $\frac{أ}{ب}$:

[أ] ٠,٤   [جـ] ٣٠٪   [هـ] $٨\frac{٢}{٣}$

[ب] ٠,٧٥   [د] صفر   [و] -٠,٠١

٧ اكْتُبِ الأَعْدَادَ الآتِيَةَ عَلَى صُورَةِ أَعْدَادٍ عَشْرِيَّةٍ ، نِسْبَةٍ مِئَوِيَّةٍ :

[أ] $\frac{١}{٦}$ [جـ] $٧\frac{٣}{١١}$

[ب] $٢\frac{١}{٢}$ [د] - $\frac{٣}{٢٠}$

الدَّرْسُ الثَّاني مُقَارَنَةُ وَتَرْتِيبُ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ

تمرين (١ – ٢)

١ ضَعِ الْعَلَامَةَ الْمُنَاسِبَةَ(< ، = ، >) :

[أ] $-\frac{١}{٢}$ ☐ صفر

[ب] $-\frac{٣}{٤}$ ☐ $\frac{١}{٤}$

[جـ] $-٤\frac{١}{٢}$ ☐ -٥

[د] $٤\frac{١}{٢}$ ☐ ٥

[هـ] عَدَدٌ نِسْبِيٌّ مُوجَبٌ ☐ صفر

[و] عَدَدٌ نِسْبِيٌّ سَالِبٌ ☐ صفر

[ز] $|-\frac{٣}{٢}|$ ☐ $\frac{١}{٢}$

[حـ] $|\frac{١٥}{٢}|$ ☐ $٧\frac{١}{٢}$

٢ مَثِّلْ مَجْمُوعَاتِ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةَ الآتِيَةَ عَلَى خَطِّ الأَعْدَادِ ثُمَّ اكْتُبْ عَنَاصِرَهَا فِي تَرْتِيبٍ تَصَاعُدِيٍّ:

[أ] { ٠ ، ١ ، -٢ ، ٣ }

[ب] { $١\frac{١}{٢}$ ، $-\frac{١}{٢}$ ، صفر ، $٢\frac{١}{٢}$ }

[جـ] { $٢\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $-\frac{١}{٤}$ ، ١ }

[د] { -٦,٥ ، -٤ ، -٥ ، -٣,٥ }

٣ أَيُّهُمَا أَكْبَرُ (وَضِّحْ إِجَابَتَكَ)

[أ] $\frac{٤}{٧}$ أم $\frac{٢}{٣}$ ؟

[ب] $\frac{٥}{٦}$ أم $\frac{٤}{٥}$ ؟

[جـ] $-\frac{٧}{٦}$ أم $-\frac{١١}{١٥}$ ؟

[د] $-\frac{٨}{٣}$ أم $-\frac{١٦}{٧}$ ؟

٤ اكتُب عَدَدًا نسبيًّا مُنَاسبًا فى ☐ لِكُلِّ مِمَّا يَلِى :

[أ] $\frac{٣}{٥}$ < ☐ < $\frac{٢}{٥}$

[ب] $-\frac{١}{٢}$ < ☐ < $-\frac{٢}{٣}$

[جـ] $\frac{١}{٤}$ < ☐ < $\frac{١}{٨}$

[د] $-\frac{٣}{١٤}$ < ☐ < $-\frac{٢}{٧}$

٥ اكْتُبِ الْعَدَدَ النِّسْبِيَّ الَّذِي يُسَاوِي $\frac{٣}{٥}$ وَمَجْمُوعُ حَدَّيْهِ ٢٤ ؟

٦ [أ] اكْتُبْ أَرْبَعَةَ أَعْدَادٍ نِسْبِيَّةٍ تَقَعُ بَيْنَ $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{٣}{٤}$ بِحَيْثُ يَكُونُ وَاحِدٌ مِنْهُمَا صَحِيحًا

[ب] اكْتُبْ أَرْبَعَةَ أَعْدَادٍ نِسْبِيَّةٍ تَقَعُ بَيْنَ $-\frac{٤}{٩}$ ، $-\frac{٥}{٦}$

الدَّرْسُ الثَّالِث

جَمْعُ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ

تمرين (١ – ٣)

١ بَيِّنْ أَيًّا مِنْ نَاتِج جَمْعِ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ الآتِيَةِ مُوجَبٌ وَأَيُّهَا سَالِبٌ :

[أ] $-\frac{٣}{٤} + (-\frac{١}{٤})$

[ب] $\frac{٦}{٧} + (-\frac{٣}{٧})$

[جـ] $\frac{١٢}{٢} + (-\frac{١٦}{٤})$

[د] $\frac{٤}{٣} + (-\frac{٤}{٣})$

[هـ] $-\frac{١}{٥} + \frac{٣}{٥}$

[و] $-\frac{١٠}{١٠٠} + (-\frac{١}{١٠})$

٢ احْسبْ قِيمَةَ كُلٍّ مِمَّا يَأْتِي فِي أَبْسَطِ صُورَةٍ :

[أ] $-\frac{٣}{١٠} + (-\frac{٢}{٥})$

[ب] $\frac{١}{٤} + \frac{٢٥}{٨}$

[جـ] $-\frac{٩}{١٢} + \frac{٣}{١٦}$

[د] $\frac{١٩}{١٠} + (-\frac{٣٩}{١٠٠})$

٣ احْسبْ قِيمَة كُلٍّ مِمَّا يَأْتِي فِي أَبْسَطِ صُورَةٍ : هَلْ نَاتِجُ الْجَمْعِ عَدَدٌ نِسْبِيٌّ ؟

[أ] $٨\frac{٢}{٣} + (-٥\frac{١}{٩})$

[ب] $-١٥\frac{١}{٢} + ٢\frac{٣}{٨}$

[جـ] $\frac{١}{٤} + ٢\frac{٣}{٨}$

[د] $-٨\frac{١}{٣} + (-٤\frac{١}{١٢})$

[هـ] $٤ + (-٩\frac{٥}{٨})$

[و] $-٢ + ١٣\frac{٣}{٧}$

٤ اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين:

(أ) ناتج جمع $\frac{١}{٥} + \frac{-٦}{٥}$ يساوى..... [١ ، -١، $\frac{٧}{٥}$ ، $\frac{-٧}{٥}$]

(ب) $\frac{٣}{٤} + ٥٠\%$ = ... [٧٥٪ ، ١٥٠٪ ، $\frac{٥}{٤}$ ، $\frac{٣}{٢}$]

(جـ) $٠٫٢٥ + \frac{٢}{٥}$ = ... [$\frac{١١}{٢٠}$ ، $\frac{٣}{٥}$ ، ٠٫٦٥ ، ٠٫٩]

الدَّرْسُ الرَّابِعُ: خَوَاصُّ عَمَلِيَّةِ الْجَمْعِ فِي مَجْمُوعَةِ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ

تمرين (١ – ٤)

١ اكْتُبْ خَاصِّيَّةَ جَمْعِ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ الْمُسْتَخْدَمَةِ فِي كُلٍّ مِمَّا يَأْتِي :

[أ] $\frac{7}{2}+\frac{9}{16}=\frac{9}{16}+\frac{7}{2}$

[ب] $[\frac{2}{3}+(-\frac{1}{3})]+(-\frac{1}{6})=\frac{2}{3}+[(-\frac{1}{3})+(-\frac{1}{6})]$

[جـ] $\frac{3}{4}+(-\frac{3}{4})=$ صفر

[د] صفر $+(-\frac{3}{4})=-\frac{3}{4}$

٢ احْسِبْ كُلًّا مِمَّا يَأْتِي :

[أ] $\frac{4}{7}+$ صفر

[ب] صفر $+(-\frac{7}{10})$

[جـ] $[\frac{1}{4}+(-\frac{1}{4})]+\frac{3}{4}$

[د] $\frac{5}{6}+(-\frac{3}{6}+\frac{3}{6})$

[هـ] $[\frac{2}{9}+(-\frac{4}{9})]+(-\frac{3}{9})$

٣ اكْتُبِ الْمَعْكُوسَ الْجَمْعِيَّ لِكُلٍّ مِنَ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ الآتِيَةِ :

[أ] $\frac{3}{7}$

[ب] $-\frac{4}{9}$

[جـ] صفر

[د] −٦

[هـ] −٢,٣

[و] ٥,٤١

٤ أَكْمِلْ

[أ] $14\frac{1}{2}+(-11\frac{1}{2})=\ldots\ldots+[11\frac{1}{2}+(-11\frac{1}{2})]$

[ب] $\frac{3}{32}+(-\frac{17}{32})=[\frac{3}{32}+(-\frac{3}{32})]+\ldots\ldots$

٥ اسْتَخْدِمْ خَوَاصَّ جَمْعِ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ فِي تَسْهِيلِ إِجْرَاءِ الْعَمَلِيَّاتِ الآتِيَةِ فِي أَبْسَطِ صُورَةٍ :

[أ] $7\frac{1}{4}+(-11\frac{1}{4})$

[ب] $\frac{2}{3}+\frac{4}{5}+\frac{3}{4}$

[جـ] $-13\frac{1}{8}+7\frac{3}{8}$

الدَّرْسُ الخامس

طَرْحُ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ

تمرين (١ – ٥)

١) ضَعْ عَلَامَةَ (√) أَمَامَ الْعِبَارَةِ الصَّحِيحَةِ وَعَلَامَة (×) أَمَامَ الْعِبَارَةِ غَيْرِ الصَّحِيحَةِ :

[أ] $\frac{٩}{١٦} - (-\frac{٣}{٤}) = \frac{٩}{١٦} + (-\frac{٣}{٤})$ (   )

[ب] $-٣\frac{١}{٦} - (-٧\frac{١}{١٢}) = -٣\frac{١}{٦} + ٧\frac{١}{١٢}$ (   )

[جـ] صفر $- (-\frac{١٣}{٥}) = \frac{١٣}{٥}$ (   )

[د] $-\frac{٣}{٤} - \frac{٢}{٥} = -\frac{٣}{٤} + \frac{١}{٥}$ (   )

٢) احْسبْ قِيمَةَ كُلٍّ مِمَّا يَأْتِي فِي أَبْسَطِ صُورَةٍ :

[أ] $١\frac{٣}{٤} - (-٢\frac{١}{٢})$

[ب] $-١٠\frac{٧}{٨} - (-٤\frac{٥}{٨})$

[جـ] صِفْرٌ $- (-\frac{١٧}{٤})$

[د] $١\frac{٢}{٣} - ٣\frac{١}{٦}$

[هـ] $-\frac{٣}{٥} - \frac{٩}{٥}$

[و] $-٢\frac{١}{٢} - ١٢\frac{١}{١٦}$

٣) أكمل ما يأتى:

أ) إذا كان س + $\frac{-١}{٢}$ = ٠ فإن س = ...

ب) المعكوس الجمعى للعدد صفر هو .....

جـ) ..... − $\frac{١}{٢}$ = −١

د) ناتج جمع $\frac{١}{٦}$ + $\frac{٢}{٦}$ يساوى المعكوس الجمعى للعدد .....

هـ) باقى طرح $\frac{-٣}{٥}$ من $\frac{٢}{٥}$ يساوى .....

٤) إذا كانت أ + ب = $\frac{٥}{٤}$، ب + جـ = $\frac{٣}{٤}$، أ + جـ = $\frac{١}{٢}$

فأوجد قيمة:

١) أ + ٢ ب + جـ

٢) ب

الدَّرْسُ السَّادِس

ضَرْبُ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ

تمرين (١ –٦)

١ احْسبْ قِيمَةَ كُلٍّ مِمَّا يَأْتِي:

[أ] $\frac{3}{5} \times \frac{2}{7}$

[ب] $-\frac{3}{8} \times (-\frac{5}{3})$

[جـ] $\frac{4}{5} \times (-\frac{2}{7})$

[د] $-4\frac{2}{7} \times (-5\frac{1}{6})$

[هـ] $-\frac{2}{3} \times \frac{5}{8}$

[و] $3\frac{1}{8} \times (-4\frac{1}{5})$

٢ أَوْجِد النَاتجَ فى كلِ مما يَلِى:

[أ] $1\frac{1}{2} \times \frac{4}{5}$

[ب] $-\frac{3}{4} \times 1\frac{1}{9}$

[جـ] $\frac{5}{6} \times (-1\frac{1}{15})$

[د] $2\frac{3}{7} \times \frac{7}{17}$

٣ أَوْجِد ناتجَ ما يَلِى:

[أ] $|-\frac{3}{7}| \times (-\frac{4}{2})$

[ب] $|-1\frac{1}{2}| \times |-\frac{5}{3}|$

[جـ] $2\frac{3}{4} \times (-3\frac{1}{5})$

[د] $-4\frac{2}{7} \times (-8\frac{1}{6})$

٤ إذا كانت أ = $\frac{3}{4}$ ١ ، ب = $\frac{12}{7}$ ، جـ = $\frac{2}{3}$

فأوجد القيمة العددية لما يأتى :

١) أ ب جـ + ٣   ٢) أ ب – جـ

٥ إذا كانت أ = $\frac{1}{2}$ ، ب = $\frac{-3}{4}$ فأوجد فى أبسط صورة قيمة كل من :

١) أ ب + $\frac{1}{3}$ ٢) أ + أ ب

الدَّرْسُ السابع خَوَاصُّ عَمَلِيَّةِ الضَّرْبِ فِي مَجْمُوعَةِ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ

تمرين (١ – ٧)

١ اكْتُبْ خَاصِّيَّةَ ضَرْبِ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ الْمُسْتَخْدَمَةِ فِي كُلٍّ مِمَّا يَأْتِي : -

[أ] $-\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \times (-\frac{1}{2})$

[ب] $-\frac{3}{7} \times (-\frac{7}{3}) = 1$

[جـ] $-\frac{7}{20} \times (\frac{5}{2} \times 4) = (\frac{5}{2} \times 4) \times -\frac{7}{20}$

[د] $\frac{5}{4} \times 1 = \frac{5}{4}$

[هـ] $0,8 \times$ صفر = صفر

٢ أَكْمِلْ :

[أ] $\frac{2}{3} \times (-\frac{4}{5}) = -\frac{4}{5} \times$ ......

[ب] $\frac{2}{3} (2 + \frac{1}{2}) = \frac{2}{3} \times 2 +$ ......

[جـ] $\frac{2}{3} \times \frac{3}{2} =$ ......

[د] $-\frac{4}{11} \times$ ..... $= 1$

[هـ] العَدَدُ النِّسْبِيُّ الَّذِي لَيْسَ لَهُ مَعْكُوسٌ ضَرْبِيٌّ هُوَ .....

٣ أَوْجِدْ قِيمَةَ س فِي كُلٍّ مِمَّا يَأْتِي :

[أ] $\frac{5}{7} \times$ س $= \frac{5}{7}$

[ب] $-\frac{7}{3} \times$ س = صفر

[جـ] س $[\frac{1}{2} + (-\frac{2}{5})] =$ س $\times \frac{1}{2} + 5 \times (-\frac{3}{5})$

[د] س $\times \frac{17}{3} = 1$

[هـ] $-\frac{7}{3} \times -\frac{3}{7} =$ س

٤ اسْتَخْدِمْ خَاصِّيَّةَ تَوْزِيعِ الضَّرْبِ عَلَى الْجَمْعِ فِي تَسْهِيلِ إِجْرَاءِ الْعَمَلِيَّاتِ الآتِيَةِ:

[أ] $\frac{4}{9} \times 11 + \frac{4}{9} \times 16$

[ب] $\frac{5}{12} \times 3 + \frac{5}{12} \times 9$

[جـ] $-\frac{3}{7} \times 8 + 5 \times (-\frac{3}{7}) + (-\frac{3}{7})$

[د] $\frac{18}{5} \times \frac{25}{9} + (-\frac{3}{7}) \times \frac{25}{9}$

الدَّرْسُ الثَّامِن — قِسْمَةُ الأَعْدَادِ النِّسْبِيَّةِ

تمرين (١ –٨)

١ احْسبْ قِيمَةَ كُلِّ مِمَّا يَأْتِي مَعَ وَضْعِ النَّاتِج فِي أَبْسَطِ صُورَةٍ:

[أ] $\frac{٤}{٥} \div \frac{٣}{٧}$

[ب] $\frac{٨}{٣} \div (-\frac{١٥}{٧})$

[جـ] $-١٤ \div (-\frac{٤}{٧})$

[د] صفر $\div \frac{٣}{٥}$

[هـ] $-\frac{٤}{٥} \div \frac{٧}{٢}$

[و] $\frac{٣}{٨} \div (-٧)$

٢ احْسبْ قِيمَةَ كُلِّ مِمَّا يَأْتِي مَعَ وَضْعِ النَّاتِج فِي أَبْسَطِ صُورَةٍ :

[أ] $-٢\frac{١}{٥} \div ٥\frac{١}{٢}$

[ب] $-٢\frac{٣}{٤} \div (-٣\frac{١}{٨})$

[جـ] $-٤\frac{٢}{٧} \div ١\frac{١}{١٤}$

[د] $٦\frac{١}{٤} \div (-١٥)$

٣ احْسبْ قِيمَةَ كُلِّ مِمَّا يَأْتِي مَعَ وَضْعِ النَّاتِج فِي أَبْسَطِ صُورَةٍ :

[أ] $(-\frac{١٨}{٥} \div \frac{٩}{٣٥}) \times (-\frac{٣}{٧})$

[ب] $(-١\frac{٢}{٣} \times ٤\frac{٢}{٣}) \div ٦\frac{١}{٩}$

[جـ] $-١ \div ٢\frac{١}{٤}$

[د] $[-\frac{١٢}{٢٥} \times (-\frac{٥}{٧})] \div (-\frac{٩}{١٤})$

٤ إِذَا كَانَ $س = \frac{٣}{٢}$ ، $ص = -\frac{١}{٤}$ ، $ع = -٢$ فَأَوْجِد فِي أَبْسَطِ صُورَةِ القِيمَةَ العَدَدِيَّةِ لِكُلٍّ مِنْ:

[أ] $(س + ع) \div (ص - ع)$

[ب] $\frac{س + ص}{ع}$

تطبيقات على الأعداد النسبية

تمرين (١ – ٩)

١ حَوِّطِ الْإِجَابَةَ الْصَّحِيحَةَ:

[أ] إِذَا كَانَ $أ \times \frac{ب}{٢} = \frac{أ}{٢}$ فَإِنَّ ب = ... [١ ، صِفْرٌ ، أ ، $\frac{أ}{٢}$]

[ب] إِذَا كَانَ $\frac{س}{٣} - ٤ = ٦$ فَإِنَّ $\frac{س}{٣} + \frac{٢}{٣} = ...$ [١ ، ١٠ ، $\frac{٣٢}{٣}$ ، س]

[جـ] إِذَا كَانَ ٤س - ص = ١١ ، ص = ٣س فَإِنَّ س = ... [١١ ، $\frac{٧}{١١}$ ، $\frac{١١}{٧}$ ، $\frac{١}{١١}$]

[د] إِذَا كَانَ $\frac{س}{ص} = ١$ فَإِنَّ ٢ س - ٢ص = ... [٣ ، ٢ ، ١ ، صِفْرٌ]

٢ أَوْجِدْ عَدَدًا نِسْبِيًّا يَقَعُ عند مُنْتَصَفِ الْمَسَافَةِ بَيْنَ:

[أ] $\frac{٣}{٨} ، \frac{٤}{٩}$

[ب] $\frac{٧}{١١} ، \frac{٣}{٤}$

[جـ] $-\frac{١١}{٩} ، -\frac{١٣}{٢٥}$

[د] $-\frac{٣٧}{١٦٠} ، -\frac{٩}{٤٢}$

[هـ] $-٤\frac{٣}{٥} ، -٥\frac{٥}{٦}$

[و] $-٤\frac{٣}{٧} ، ٨\frac{١}{٢}$

٣ [أ] أَوْجِدْ عَدَدًا نِسْبِيًّا يَقَعُ عند ثُلُثِ الْمَسَافَةِ بَيْنَ : $\frac{٤}{٧} ، ١\frac{٣}{٤}$ (من جهة الأصغر)

[ب] أَوْجِدْ عَدَدًا نِسْبِيًّا يَقَعُ عند رُبْعِ الْمَسَافَةِ بَيْنَ : $-\frac{١}{٩} ، -\frac{٧}{٨}$ (من جهة الأصغر)

[جـ] أَوْجِدْ عَدَدًا نِسْبِيًّا يَقَعُ عند خُمُسِ الْمَسَافَةِ بَيْنَ : $-\frac{٢}{٣} ، -\frac{٣}{٥}$ (من جهة الأصغر)

[د] أَوْجِدْ عَدَدًا نِسْبِيًّا يَقَعُ بَيْنَ $\frac{١}{٢} ، \frac{٣}{٤}$

[هـ] أَوْجِدْ عَدَدًا نِسْبِيًّا يَقَعُ بَيْنَ $-\frac{١}{٥} ، -\frac{١}{٩}$

٤ ينساب الماء خلال أنبوب بمعدل $٣\frac{١}{٤}$ لتر فى الدقيقة، . ما عدد الدقائق التى يملأ فيها ٤ خزانات مياه سعة الواحد ٣٩ لترا؟

تمارين متنوعة

١ ضَعِ عَلَامَةَ (√) أَمَامَ الْعِبَارَةِ الصَّحِيحَةِ وَعَلَامَةَ (×) أَمَامَ الْعِبَارَةِ غَيْرِ الصَّحِيحَةِ :

[أ] كُلُّ عَدَدٍ صَحِيحٍ هُوَ عَدَدٌ نِسْبِيٌّ. ( )

[ب] كُلُّ عَدَدٍ نِسْبِيٍّ لَهُ مَعْكُوسٌ ضَرْبِيٌّ. ( )

[جـ] الْمَعْكُوسُ الضَّرْبِيُّ لِلْعَدَدِ النِّسْبِيِّ عَدَدٌ صَحِيحٌ. ( )

[د] الصِّفْرُ عَدَدٌ نِسْبِيٌّ. ( )

[هـ] الْأَعْدَادُ النِّسْبِيَّةُ $\frac{١٢}{١٦}$ ، $\frac{١٥}{٢٠}$ ، $\frac{٣}{٤}$ تُمَثَّلُ بِنُقْطَةٍ وَاحِدَةٍ عَلَى خَطِّ الْأَعْدَادِ. ( )

[و] $٢\frac{١}{٥}$ مَعْكُوسٌ ضَرْبِيٌّ لِلْعَدَدِ النِّسْبِيِّ $٥\frac{١}{٤}$ ( )

[ز] $\frac{٣}{س - ٣}$ هُوَ الْمَعْكُوسُ الْجَمْعِيُّ لِلْعَدَدِ النسبي $\frac{٣}{٣ - س}$ حيث س ≠ ٣ ( )

[حـ] ($\frac{٢}{٧}$ + $\frac{٣}{٥}$) مَعْكُوسٌ ضَرْبِيٌّ لِلْعَدَدِ النسبي $\frac{٣٥}{٣١}$ ( )

٢ حَوِّطِ الْإِجَابَةَ الصَّحِيحَةَ:

[أ] إِذَا كَانَ س + $\frac{٢}{س}$ = ٥ + $\frac{٢}{٥}$ فَإِنَّ س = ... [$\frac{١}{٥}$ ، $\frac{٤}{٥}$ ، $\frac{٥}{٢}$ ، ٥]

[ب] إِذَا كَانَ ٥ أ = ٤٥ ، ب أ = ١ فَإِنَّ ب = ... [$\frac{١}{٤٥}$ ، $\frac{١}{٩}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، ٩]

[جـ] إِذَا كَانَ $\frac{س}{ص}$ = $\frac{٢}{٣}$ فَإِنَّ $\frac{٣س}{٢ص}$ = ... [$\frac{١}{٣}$ ، ١ ، $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{٩}{٤}$]

[د] إِذَا كَانَ $\frac{٢}{٧}$ س = ٤٢ فَإِنَّ $\frac{٥}{٧}$ س = ... [٧٠ ، ٤٥ ، ٣٠ ، ١٠٠]

٣ أَكْمِلْ بِنَفْسِ التَّسَلْسُلِ :

[أ] ٦ ، $٥\frac{١}{٤}$ ، $٤\frac{١}{٢}$ ، ...... ، ...... ، ...... ، ...... ، $\frac{٣}{٤}$

[ب] ٨ ، -٤ ، ٢ ، ...... ، ...... ، ...... ، $\frac{١}{٨}$

٤ إِذَا كَانَ س = - $\frac{١}{٣}$ ، ص = $\frac{٣}{٤}$ ، ع = -٣ . أَوْجِدِ الْقِيمَةَ الْعَدَدِيَّةَ لِكُلٍّ مِمَّا يَأْتِي:

[أ] س ص ع

[ب] س ص + ص ع

[جـ] $\frac{س ص}{ع}$

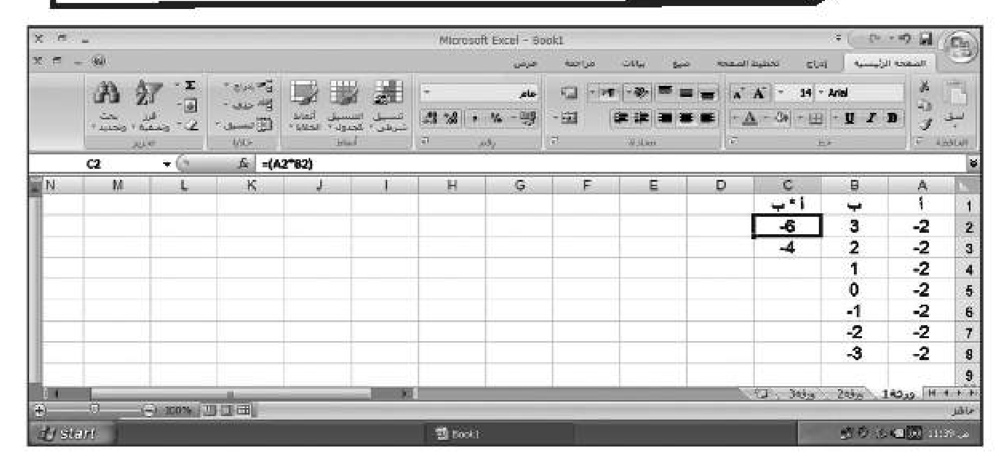
[د] $\frac{س}{ص}$ - $\frac{ص}{ع}$

نشـــاط ١ أنشـــطـــة الوحـدة

اسْـتَخْدِمْ بَرْنَامِج الْجَدَاوِلِ الحِسَابِيَّةِ (إكْسِل) فِي إيجَادِ حَاصِلِ ضَرْبِ عَدَدَيْنِ صَحِيحَيْنِ: ● اضْغَطْ عَلَى زِرِّ ابْدَأْ (start) فِي شَرِيطِ الْمَهَامِّ

● مِنْ قَائِمَةِ بَرَامِج (programs) وَاخْتَرْ Microsoft Excel

● تَسْتَطِيعُ إجْرَاءَ تَعْبِئَةٍ تِلْقَائِيَّةٍ (Autofill) بِنَسْخِ الصِّيغَةِ مِنْ خَلِيَّةِ C_2 إلَى مَدَى «$C_2 : C_8$»

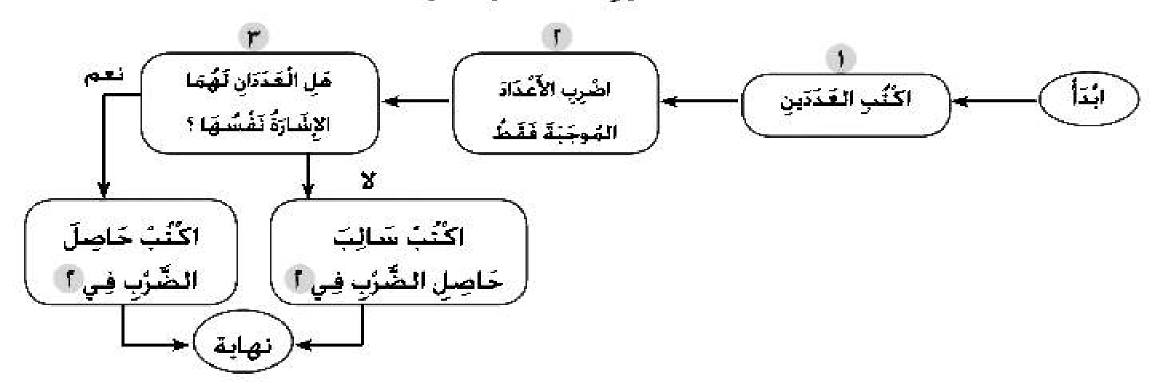


	A	B	C
1	أ	ب	أ × ب
2	-2	3	-6
3	-2	2	-4
4	-2	1	
5	-2	0	
6	-2	-1	
7	-2	-2	
8	-2	-3	

[أ] أَكْمِلِ الْجَدَاوِلَ الْحِسَابِيَّةَ حَتَّى الصَّفِّ ١٥ بِقِيَمٍ أُخْرَى لِلأَعْدَادِ الصَّحِيحَةِ أ ، ب

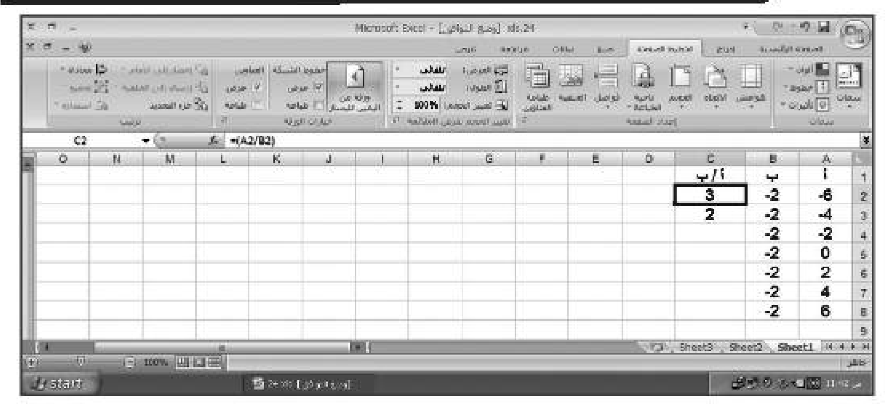
[ب] احْفَظِ الْعَمَلَ فِي الْمَلَفِّ الْخَاصِّ بِكَ

خَرِيطَةُ سَيْرِ الْعَمَلِيَّاتِ تُسَاعِدُكَ فِي إيجَادِ حَاصِلِ ضَرْبِ الأَعْدَادِ الصَّحِيحَةِ :



نشـــاط ٢

اسْتَخْدِمْ بَرْنَامَجَ الْجَدَاوِلِ الحِسَابِيَّةِ (إكْسِيل) فِي إِيجَادِ خَارِجِ قِسْمَةِ عَدَدَيْنِ صَحِيحَيْن: تَسْتَطِيعُ إِجْرَاءَ وتَعْبِئَةٍ تِلْقَائِيَّةٍ (Autofill) بِنَسْخ الصِّيغَةِ مِنْ خَلِيَّةِ C_2 إِلَى مَدَى $C_2 : C_8$

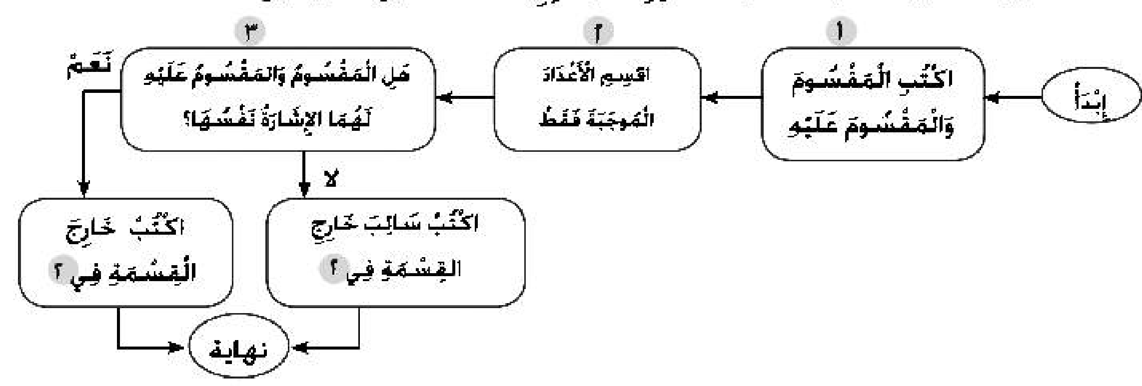


	A	B	C
1	أ	ب	أ / ب
2	-6	-2	3
3	-4	-2	2
4	-2	-2	
5	0	-2	
6	2	-2	
7	4	-2	
8	6	-2	

[أ] أَكْمِلِ الْجَدَاوِلَ الحِسَابِيَّةَ حَتَّي الصَّفِّ ١٥ بِقِيَمٍ أُخْرَي لِلأَعْدَادِ الصَّحِيحَةِ ب ، أ

[ب] احْفَظِ الْعَمَلَ فِي الْمَلَفِّ الخَاصِّ بِكَ

خَرِيطَةُ سَيْرِ الْعَمَلِيَّاتِ تُسَاعِدُكَ فِي إِيجَادِ خَارِجِ قِسْمَةِ عَدَدَيْنِ صَحِيحَيْن:



اخْتِبَارُ الوَحْدَةِ

١ أَكْمِلْ :

[أ] المَعْكُوسُ الضَّرْبِيُّ لِلْعَدَدِ النِّسْبِيِّ $-\frac{٢}{٣}$ هُوَ ......

[ب] لإِيجَادِ خَارِجِ قِسْمَةِ $-\frac{٧}{١٢}$ عَلَى $-\frac{٣}{٢}$ يَجِبُ أَنْ تَضْرِبَ ...... × ......

[جـ] صِفْرٌ ÷ (-١٤) = ...

[د] $-\frac{٤}{٣} \times (-\frac{٣}{٤}) =$ ......

[هـ] العَدَدُ النِّسْبِيُّ الَّذِي يَقَعُ عند مُنْتَصَفِ المَسَافَةِ بَيْنَ $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٤}{٥}$ هُوَ ......

[و] $\frac{٢}{٣} \times (٢ + \frac{١}{٢}) = \frac{٢}{٣} \times ٢ + \frac{٢}{٣} \times$ ......

٢ أَوْجِدْ قِيمَةَ س الَّتِي تَجْعَلُ الْعِبَارَةَ الرِّيَاضِيَّةَ الْآتِيَة صَحِيحَةً :

[أ] $-\frac{٣}{٥} \times -\frac{٥}{٣} =$ س

[ب] $-٣\frac{٢}{٣} \times$ س $= -٣\frac{٢}{٣}$

[جـ] المَعْكُوسُ الضَّرْبِيُّ لِلْعَدَدِ النِّسْبِيِّ $١\frac{٢}{٣}$ هُوَ س

[د] س $\times [\frac{٣}{٤} + (-\frac{٢}{٣})] = \frac{١}{٢} \times \frac{٣}{٤} + \frac{١}{٢} \times (-\frac{٢}{٣})$

٣ احْسبْ قِيمَةَ كُلٍّ مِمَّا يَأْتِي :

[أ] $\frac{٣}{٤} \times (\frac{١}{٢} - \frac{١}{٣})$

[ب] $\frac{٣}{٥} \div (-\frac{٩}{١٥})$

[جـ] $-٣\frac{١}{٢} + ٢\frac{١}{٤}$

[د] $\frac{٧}{١٢} \times \frac{٢٣}{٤٥} + \frac{١٧}{١٢} \times \frac{٢٣}{٤٥} - ٢ \times \frac{٢٣}{٤٥}$

[هـ] $(\frac{١}{٢} + \frac{٣}{٧}) \times [\frac{٢}{١} + (-\frac{٤}{٥})]$

٤

[أ] يَنْسَابُ المَاءُ خِلَالَ أُنْبُوبٍ بِمُعَدَّلِ $٢\frac{١}{٢}$ لِتْرٍ فِي الدَّقِيقَةِ . مَا عَدَدُ الدَّقَائِقِ الَّتِي يَمْلَأُ فِيهَا ٣ خَزَّانَاتِ مِيَاهٍ سَعَةُ الْوَاحِدِ ٢٠ لِتْرًا ؟

[ب] مَا عَدَدُ قِطَعِ السِّلْكِ الَّتِي يُمْكِنُ تَقْسِيمُ كُلٍّ مِنْهَا بِالتَّسَاوِي إِلَى $٣\frac{٣}{٤}$ مِتْرٍ مِنْ قِطْعَةٍ طُولُهَا ٦٠ مِتْرًا . هَلْ تُوجَدُ قِطْعَةٌ بَاقِيَةٌ ؟ وَمَا طُولُهَا ؟

٥ ضَعِ الْعَلَامَةَ الْمُنَاسِبَةَ (< ، = ، >) :

[أ] $-٣\frac{١}{٢}$ ☐ -٤ [د] $|-\frac{١٣}{٢}|$ ☐ $٦\frac{١}{٢}$

[ب] $٣\frac{١}{٢}$ ☐ ٤ [هـ] $\frac{٣٩٢}{٩}$ ☐ $٤٤\frac{٥}{٨}$

[جـ] $-\frac{٧}{٣}$ ☐ صفر [و] $-\frac{٢١٤}{١٤}$ ☐ $-١٥\frac{٢}{٣}$

٦ [أ] إِذَا كَانَ س = $\frac{٣}{٢}$ ، ص = $-\frac{١}{٤}$ ، ع = -٢ ، فأوجد الْقِيمَةَ الْعَدَدِيَّةَ لِكُلٍّ مِمَّا يَأْتِي :

(١) س - ع ÷ ص (٢) $\frac{س}{ص} - \frac{ع}{ص}$ (٣) $\frac{١}{س\,ص\,ع}$

[ب] أَوْجِدْ نَاتِجَ حَاصِلِ ضَرْبِ : $\frac{١}{٢} \times \frac{٢}{٣} \times \frac{٣}{٤} \times \frac{٤}{٥} \times ... \times \frac{٩٩}{١٠٠}$

مَا نَاتِجُ حَاصِلِ الضَّرْبِ إِذَا كَانَ آخِرُ عَدَدٍ نِسْبِيٍّ $\frac{ن-١}{ن}$ ؟

الوحدة الثانية : الجبر

الدَّرْسُ الأَوَّلُ — الحُدُودُ وَالمَقَادِيرُ الجَبْرِيَّةُ

تمرين (٢ – ١)

١ أَكْمِلِ الجَدْوَلَ التَّالِيَ:

الحَدُّ الجَبْرِيُّ	مُعَامِلُ الحَدِّ الجَبْرِيِّ	دَرَجَةُ الحَدِّ الجَبْرِيِّ
- ٧	- ٧	صفر
٢ أ ب^{٢}	٢	١ + ٢ = ٣
٣		
٧ أ ب^{٢}ح		
- ٨ س^{٢} ب		
س ص^{٢}		

٢ أَكْمِلِ الجَدْوَلَ التَّالِيَ:

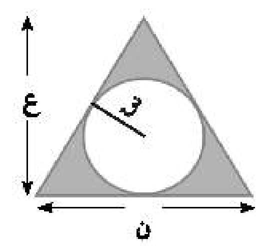
المِقْدَارُ الجَبْرِيُّ	عَدَدُ حُدُودِ المِقْدَارِ الجَبْرِيِّ	اسْمُ المِقْدَارِ الجَبْرِيِّ	دَرَجَةُ المِقْدَارِ الجَبْرِيِّ
- ٣ أ^{٥} ب	١	مِقْدَارٌ ذُو حَدٍّ وَاحِدٍ	٦
٣ س^{٢} + ص	٢	مِقْدَارٌ ذُو حَدَّيْنِ	٢
٥ س^{٢} - ٧س +٤		مِقْدَارٌ ثُلَاثِيٌّ	
٢ أ^{٢} ب + ٣ أ ب^{٢} - أ^{٢} ب^{٢}			
س^{٢} ص^{٣} - ٣ س ص^{٤}			
أ^{٢} ب - ٣ أ ب^{٣} + ٢ أ^{٣} ب^{٢} + ب^{٤}			

٣ [أ] رَتِّبِ المِقْدَارَ الجَبْرِيَّ ٧ أ ب + ٥ أ^{٥} ب^{٢} - ٣ أ^{٦} ب^{٥} حَسْبَ أُسُسِ أ التَّنَازُلِيَّةِ.

[ب] رَتِّبِ المِقْدَارَ الجَبْرِيَّ ٥ س + س^{٦} - ٧ + س^{٣} حَسْبَ أُسُسِ س التَّصَاعُدِيَّةِ.

٤ **فِي الشَّكْلِ المُقَابِلِ:**

اكْتُبِ المِقْدَارَ الجَبْرِيَّ الَّذِي يُعَبِّرُ عَنْ مِسَاحَةِ المَنْطَقَةِ المُظَلَّلَةِ ثُمَّ اذْكُرْ دَرَجَتَهُ.



مِسَاحَةُ الدَّائِرَةِ = ط نق^{٢}

٥ أكمل ما يأتى :

أ) إذا كان الحدان الجبريان ٢ أ^{٣} ب$^{م+١}$ ، ٣ أ^{ن} ب^{٦}

من الدرجة التاسعة ، فإن ن = ... ، م = ...

ب) إذا كانت درجة الحد الجبرى ٣ س^{٢} ص^{٢} هى درجة الحد الجبرى ٢ أ^{م} فإن م = ...

جـ) درجة المقدار الجبرى ٢ س + ٣ ص^{٢} هى . . . .

د) معامل الحد الجبرى ٢ ٣ هو . . . . ودرجته هى . . . .

٦ اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين :

أ) درجة الحد الجبرى س^{٤} ص تساوى درجة الحد الجبرى . . . .

[س^{٢} ص^{٢} ، س^{٢} ص^{٣} ، س^{٤} ص^{٢} ، ص^{٤} س^{٢}]

ب) عدد عوامل الحد الجبرى س هو . . . .

[٠، ١، ٢، ٣]

جـ) درجة المقدار الجبرى ٢ س + ٣ ص^{٢} هى . . .

[الأولى، الثانية، الثالثة، الرابعة]

الدَّرْسُ الثَّانِي
الْحُدُودُ الْمُتَشَابِهَـــةُ

تمرين (٢ – ٢)

١ اكْمِلِ الْجَدْوَلَ التَّالِيَ

الْحُدُودُ الْجَبْرِيَّةُ	الْحُدُودُ الْجَبْرِيَّةُ الْمُتَشَابِهَةُ	الْحُدُودُ الْجَبْرِيَّةُ غيْرُ الْمُتَشَابِهَةِ
- ٢س ، ٢ س ص ، س ، - ص	- ٢ س ، س	
- أب^{٢} ، ٢ أ^{٢} ب ، ٣ ب^{٢} أ ، – أ ب		٢ أ^{٢} ب ، - أ ب
س^{٢} ص^{٢} ، س^{٢} ، ص^{٢} ، -٣ س^{٢} ص^{٢}		
٣ أ^{٤} ، - ٤ أ^{٣} ، أ^{٢} ، -٣ أ^{٢}		

٢ اخْتَصِرْ كُلًّا مِنَ الْمَقَادِيرِ الْجَبْرِيَّةِ الْآتِيَةِ :

[أ] ٣ س - ٥ ص - س + ٢ ص

[جـ] ٢ س - ٤ص - ٩س - ٣ ص

[ب] ٧ أ + ٦ ب + ١١ أ + ٩ ب

[د] ١٩ م - ٤ ن + ١١ م - ١٧ ن + ٩ ن

٣ اكْتُبْ كُلًّا مِنَ الْمَقَادِيرِ الْجَبْرِيَّةِ الْآتِيَةِ الَّتِي تُعَبِّرُ عَنْ مجموع المِسَاحَاتِ لكل شكل:

[أ]

٣س | ١

٣س^{٢} | س

[ب]

٢س^{٢} | س

٤س^{٢} | ٢

[جـ]

٥س^{٢} | ٢ س

١٥س | ٦

٤ اخْتَصِرْ كُلًّا مِنَ الْمَقَادِيرِ الْجَبْرِيَّةِ الْآتِيَةِ:

[أ] ٥ س - ٣ س^{٢} + ٤ - ٧ س^{٢} - ٦ س - ١

[ب] ٦ س^{٢} ص - ٣ س ص^{٢} + ٢ س ص^{٢} - ٥ س^{٢} ص + ٢ س^{٢} ص^{٢}

[جـ] أ^{٢} + ٤ أ - ٥ + ٣ أ^{٢} - ٦ أ + ١

[د] ٥ س^{٢} - ٢ س + ٨ - ٧ س - ٣ + س^{٢}

الدَّرْسُ الثَّالِثُ: ضَرْبُ الْحُدُودِ الْجَبْرِيَّةِ وَقِسْمَتُهَا

تمرين (٢ – ٣)

١ أَجْرِ عَمَلِيَّاتِ الضَّرْبِ وَالقِسْمَةِ الآتِيَةَ:

[أ] ٥ س^{٢} ص^{٤} × ٢ س ص^{٢}

[ب] ٥ أ ب^{٢} × (-٢ أ^{٢} ب)

[جـ] -٨ ص^{٥} × (-٧ ص^{٤})

[د] ٩ س^{٥} ص^{٤} ÷ ٦ س^{٣} ص

[هـ] ٨ م^{٤} ن^{٣} ÷ (-٤ م ن^{٢})

[و] -٣٢ أ^{٣} ب^{٦} ÷ (-٤ أ^{٢} ب^{٢})

٢ أَجْرِ عَمَلِيَّاتِ الضَّرْبِ الآتِيَةَ:

[أ] $\frac{٢}{٣}$ أ^{٤} × $\frac{٣}{٢}$ أ^{٤}

[ب] $\frac{٤}{٧}$ أ^{٢} × ٢١ أ^{٥}

[جـ] $\frac{١٥ أ^{٣} ب}{٢}$ × $\frac{٨ أ ب^{٢}}{١٠}$

[د] ٣ س^{٣} × $\frac{١}{٦}$ س^{٢}

[هـ] $\frac{٤ هـ^{٣} ك^{٢}}{٧}$ × $\frac{٢١ هـ ك^{٥}}{٢}$

[و] ٤ م^{٣} × $\frac{١}{٤}$ م^{٢} × (-٣٧)

٣ أَكْمِلْ:

[أ] ٣٦ أ^{٥} ب^{٨} = ١٢ أ^{٣} ب^{٢} × ...

[ب] ٩ أ^{٥} = ٣ أ × ...

[جـ] -٤ حـ^{٣} ء^{٢} = ٢ حـ ء^{٢} × ...

[د] ٩٨ أ^{٧} ب^{٤} = ... × ١٤ أ^{٧} ب

[هـ] ٣٦ أ^{٨} ب^{٥} = ٦ أ ب^{٢} × ٣ أ^{٤} ب × ...

[و] ٤٢ س^{٤} ص^{٥} = ٣ س^{٢} ص × ٢ س ص × ...

٤ اختر الإجابة الصحيحة من بين القوسين:

أ) أ ب × ٢أ^{٢} ب = ...

[٢أ^{٣} ب^{٢}، – ٢أ^{٢} ب ، أ ب^{٤}، – ٣أ ب]

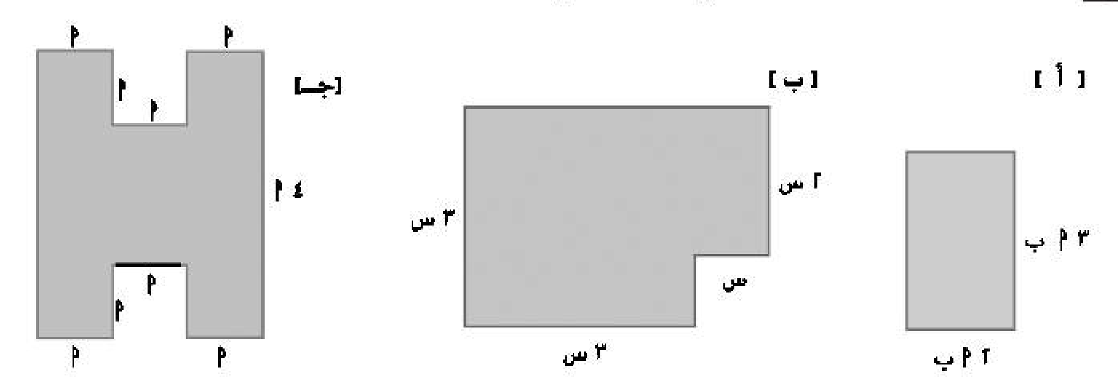
ب) ٢أ ب^{٢} ÷ صفر = ...

[٢أ ب^{٢}، أ ب^{٢}، صفر، ليس لها معنى]

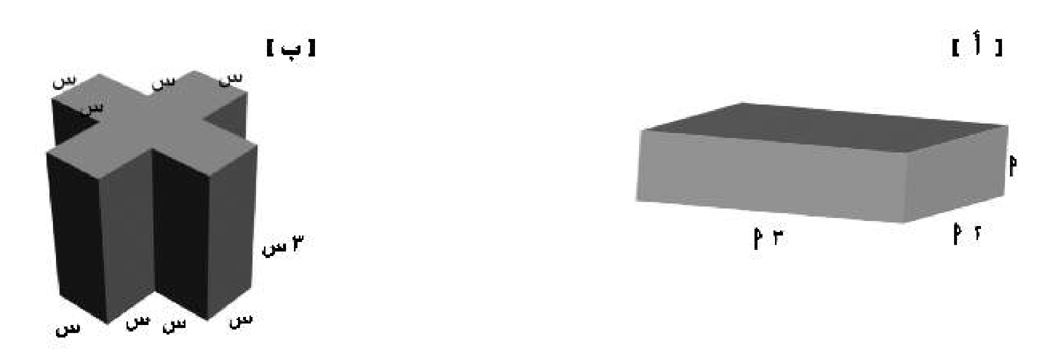
جـ) ١٠أ^{٥} ب^{٤} ÷ ..... = ٢أ^{٢} ب^{٣}

[٥أ^{٢} ب^{٢}، ٢أ^{٣} ب، ٥أ^{٣} ب، ٥أ^{٧} ب^{٧}]

٥ احْسبْ مُحِيطَ وَمِسَاحَةَ كُلِّ شَكْلٍ مِنَ الأَشْكَالِ الآتِيَةِ:



٦ احْسبِ الْمِسَاحَةَ الكُلِّيَّةَ وَحَجْمَ كُلِّ مُجَسَّمٍ :



٧ وضعت ثلاث كرات متماثلة ومتماسة داخل صندوق على شكل متوازى مستطيلات بحيث تلامس الكرات جميع أوجه الصندوق المقابلة لكل كرة.

احسب النسبة بين حجم الكرات الثلاث وسعة الصندوق

[علماً بأن حجم الكرة = $\frac{٤}{٣}$ π نق^{٣}، π = ٣,١٤]

الدَّرْسُ الرَّابِعُ: جَمْعُ الْمَقَادِيرِ الجَبْرِيَّةِ وَطَرْحُها

تمرين (٢ – ٤)

١ أَوْجِدْ مَجْمُوعَ كُلٍّ مِنْ:

[أ] ٣س - ٢ ص + ٥ ، س + ٢ ص - ٢

[ب] ٣ ن^2 + ٥ ن - ٦ ، - ن^2 - ٣ ن + ٣

[جـ] ٣س^2 - ٤ س - ٢ ، - س^2 - ٤ س + ٧

[د] ٣ أ^2 - ٢ أ ب^2 ، أ^2 - ٤ أ ب^2 - ب^2

٢ أَوْجِدْ مَجْمُوعَ كُلٍّ مِنَ المَقَادِيرِ الآتِيَة:

[أ]
٣ س - ٤ ص + ٢
- ٣ س + ٧ ص + ٣

[ب]
٣ أ - ٧ ب - ٥ جـ + ٢
- أ + ٤ ب + جـ - ٥
٢ أ + ٣ جـ + ٣

[جـ]
٥ س + ٢ص - ع + ٢
٧س + ص - ٣ ع + ٣
-٢ س - ٥ ص + ٤ ع - ١

٣ اطْرَحْ:

[أ] س - ٢ مِنْ ٢ س - ٥

[ب] ٢ س + ٦ ص - ٧ مِنْ ٢ س - ٥ ص + ٢

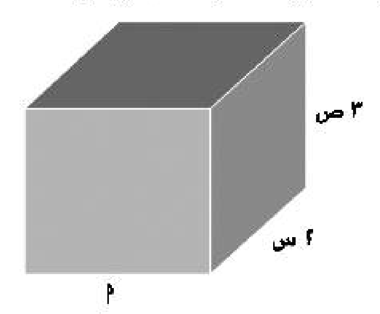
[جـ] أ + ٢ ب + ٣ مِنْ أ - ٣ ب + ٥

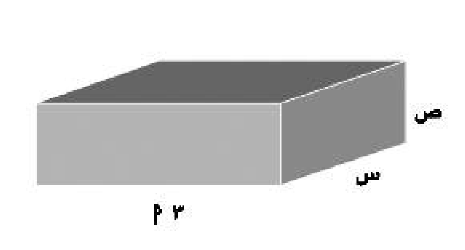
[د] - س^2 - ٤ س + ٧ مِنْ ٣س^2 - ٤ س - ٢

٤ [أ] مَا زِيَادَةُ س^2 - ٥ س - ١ عَنْ ٣ س^2 + ٢ س - ٣

[ب] مَا نَقْصُ ٢ أ - ٨ ب - جـ عَنْ مَجْمُوعِ ٣ أ - ٣ ب + جـ ، ٢ أ - ٤ ب - ٨ جـ

٥ فِي الشَّكْلِ التَّالِي: احْسِبِ الْمِسَاحَةَ الكُلِّيَّةَ لِلْمُجَسَّمَيْنِ مَعًا.





الدَّرْسُ الْخَامِسُ

ضَرْبُ حَدٍّ جَبْرِيٍّ فِي مِقْدَارٍ جَبْرِيٍّ

تمرين (٢ – ٥)

١ الشَّكْلُ الْمُقَابِلُ مُسْتَطِيلٌ بُعْدَاهُ س، ص + ٢ س مُقَسَّمٌ إِلَى جُزْأَيْن.

[أ] أَوْجِدْ مَجْمُوعَ مِسَاحَتَي الْجُزْأَيْنِ.

[ب] أَوْجِدْ حَاصِلَ ضَرْبِ بُعْدَي الْمُسْتَطِيلِ.

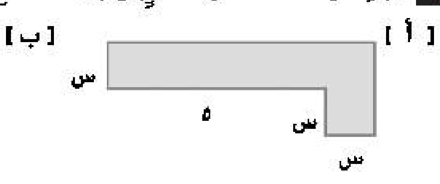
[جـ] قَارِنِ الْإِجَابَاتِ فِي (أ) ، (ب) .

مَا الْخَاصِّيَّةُ الْمُسْتَخْدَمَةُ الَّتِي يُوَضِّحُهَا الشَّكْلُ؟

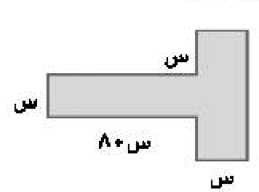
٢ س ص س

٢ أَوْجِدْ مِسَاحَةَ كُلِّ شَكْلٍ مِنَ الْأَشْكَالِ الْآتِيَةِ:

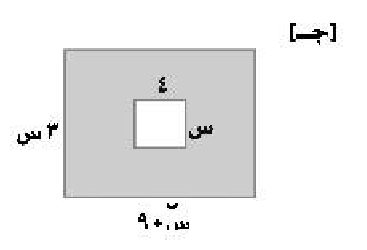
[أ]



[ب]



[جـ]



٣ أَجْرِ عَمَلِيَّاتِ الضَّرْبِ الْآتِيَةَ:

[أ] ٤ (س - ٣)

[ب] ٣ ص (ص + ٥)

[جـ] ٢ص^{٢} - ص - ٥
×٢ص
......

[د] - ٣ (ص + ٣)

[هـ] ٤ (٢ س - ٣)

[و] ٢ ك^{٢} - ٣ ك -٧
× - ٣ ك
......

[ز] أ (أ - ٢)

[حـ] -٢ حـ (٧ - ٣ حـ)

٤ أوجد ناتج عمليات الضرب الآتية :

[أ] $\frac{١}{٢}$ س^{٢} (٦س^{٢} - ٩ س ص - ٣ ص^{٢})

[ب] ٢س^{٢} ص(٢ س^{٢} - ٣ س ص + ص^{٢})

[جـ] ل م^{٢} (ل^{٢} - ٣ م ل - ٤ م^{٢})

٥ اخْتَصِرِ الْمِقْدَارَ الْجَبْرِي : ٣ (١ - ٢ س) - (س^{٢} - ٥ س + ٣) + ٢س (س + ٣) ثُمَّ أَوْجِدِ الْقِيمَةَ الْعَدَدِيَّةَ لِلْمِقْدَارِ عِنْدَمَا س = ٢٠

الدَّرْسُ السَّادِسُ: ضَرْبُ مِقْدَارٍ جَبْرِيٍّ مُكَوَّنٍ مِنْ حَدَّيْنِ فِي مِقْدَارٍ جَبرِيٍّ آخَرَ

تمرين (٢ - ٦)

١ أَجْرِ عَمَلِيَّاتِ الضَّرْبِ الآتِيَةَ:

[أ] (٤ س +١) (٢ س + ٣)

[ب] (٥ م - ٢) (٦ م + ١)

[جـ] (٨ س - ٢) (٣ س - ٧)

[د] (٤م - ٧)^{٢}

[هـ] (٣ س + ص)^{٢}

[و] (٤ م - ٧) (٤ م + ٧)

[ز] (٦س - ٢ ص) (٦ س + ٢ ص)

[حـ] (-٢ م + ٩) (-٢ م - ٩)

٢ اخْتَصِرْ لأَبْسَطِ صُورَةٍ:

[أ] ٣ (م - ٥) (م + ٢)

[ب] ٣ م (٢ م - ٥ ب) (٣ م + ب)

[جـ] ٣س (٢ س + ٤ ص)^{٢}

[د] ٤ (س ص - ٢)^{٢}

[هـ] (٥ س ـ ٢ ص)^{٢} - (٥س + ٢ ص)^{٢}

[و] (٢ س^{٢} + ٣) (س^{٢} - ٥) ـ (٣س^{٢} + ٢)^{٢}

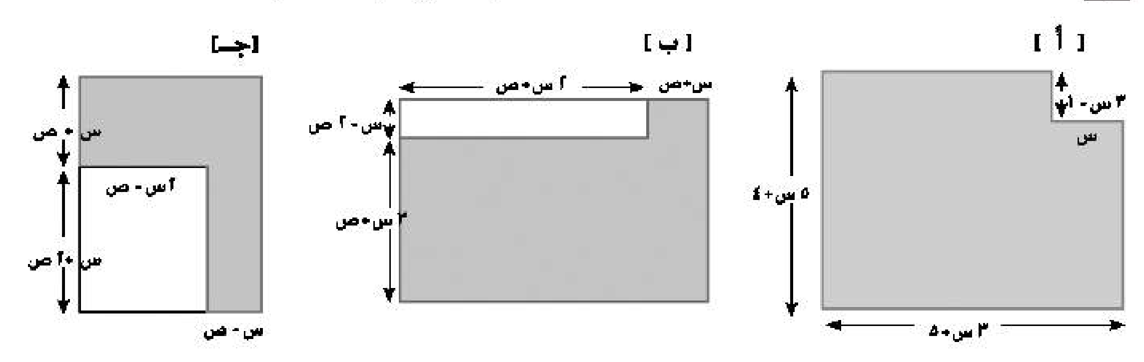
٣ خَوِّطِ الإِجَابَةَ الصَّحِيحَةَ:

[أ] إِذَا كَانَ (٢س + ص)^{٢} = ٤س^{٢} + ك س ص + ص^{٢} فَإِنَّ ك = ... [٢ ، ٤ ، ٨]

[ب] إِذَا كَانَ (س - ص) (٢ س + ص) = ٢ س^{٢} + ك س ص - ص^{٢} فَإِنَّ ك = ... [-١ ، ١ ، ٣]

[جـ] إِذَا كَانَ (س - ٣) (س + ٣) = س^{٢} + ك فَإِنَّ ك = ... [٩ ، ٦ ، -٩]

٤ اكْتُبْ مِقْدَارًا جَبْرِيًّا يُعَبِّرُ عَنْ مُحِيطِ وَمِسَاحَةِ كُلِّ جُزْءٍ مُظَلَّلٍ فِي الْأَشْكَالِ الْآتِيَةِ:



٥ اضْرِبْ ثُمَّ أَوْجِدِ الْقِيمَةَ الْعَدَدِيَّةَ لِلْمِقْدَارِ عِنْدَمَا س = ١ ، ص = - ٢

[أ] (٢ ص + ٧) (٣ ص + ٤)

[ب] (٣ س + ص) (س + ٣ ص)

[جـ] (س + ٤) (٣ س + ٢)

[د] (س + ٤)^{٢} (٣ ص + ٢)

٦ أَجْرِ عَمَلِيَّاتِ الضَّرْبِ الْآتِيَةَ:

[أ] (٢ ص + ١) (ص^{٢} + ص + ٥)

[ب] (٤ + ٢ م + ٣ م^{٢}) (٢ - م)

[جـ] (٧ ب + ٢) (٢ ب^{٢} - ٥ ب + ١)

[د] ٤ س^{٢} + س - ٥

× س + ٦

٧ [أ] أكمل إِذَا كَانَ: (٢ - ص)^{٣} = ٨ - ١٢ ص + ٦ ص^{٢} - ص^{٣}

فإن: (٢ - ص)^{٤} = ...

[ب] أوجد ناتج كل ممايأتي:

١) (٤١)^{٢} عَلَى الصُّورَةِ (٤٠ + ١)^{٢}

٢) (٤٩)^{٢} عَلَى الصُّورَةِ (٥٠ - ١)^{٢}

٣) ٢٠١ × ١٩٩ عَلَى الصُّورَةِ (٢٠٠ + ١) (٢٠٠ - ١)

الدَّرْسُ السَّابِعُ — قِسْمَةُ مِقْدَارٍ جَبْرِيٍّ عَلَى حَدٍّ جَبْرِيٍّ

تمرين (٢ – ٧)

الرُّمُوزُ فِي الْحُدُودِ وَالْمَقَادِيرِ الْجَبْرِيَّةِ الْآتِيَةِ تُمَثِّلُ أَعْدَادًا لَا تُسَاوِي الصِّفْرَ.

١ أَكْمِلْ:

[أ] $\frac{\text{١٨ أ}^{٥}\text{ ب}^{٢}}{\text{٦ أ}^{٢}} = \frac{\text{١٨}}{\text{٦}} \times \frac{\text{أ}^{٥}}{\text{أ}^{٢}} \times \frac{\text{ب}^{٢}}{\text{١}} = \text{.......}$

[ب] $\frac{\text{١٥ ن}^{٣} - \text{٩ م}^{٤}\text{ ن}^{٢}}{-\text{٣ ن}^{٢}} = \frac{\text{١٥ن}^{٣}}{-\text{٣ن}^{٢}} + \frac{-\text{٩م}^{٤}\text{ن}^{٢}}{-\text{٣ ن}^{٢}} = \text{.......} + \text{.......}$

[جـ] $\frac{\text{١٢ س}^{٣} - \text{٨ س}}{\text{٤ س}} = \frac{\text{١٢ س}^{٣}}{\text{٤ س}} - \frac{\text{٨ س}}{\text{٤ س}} = \text{.......} - \text{.......}$

[د] $\frac{\text{١٦س}^{٤}\text{ ص}^{٢} - \text{١٢س}^{٣}\text{ص}^{٣} + \text{٢٤ س}^{٢}\text{ ص}^{٤}}{\text{٨ س}^{٢}\text{ ص}} = \frac{\text{١٦س}^{٤}\text{ ص}^{٢}}{\text{٨ س}^{٢}\text{ ص}} - \frac{\text{.......}}{\text{٨ س}^{٢}\text{ ص}} + \frac{\text{.......}}{\text{٨ س}^{٢}\text{ ص}}$

$= \text{.......} - \text{.......} + \text{.......}$

٢ أَوْجِدْ خَارِجَ الْقِسْمَةِ فِي كُلٍّ مِمَّا يَأْتِي:

[أ] $\frac{\text{١٨ أ}^{٢}}{\text{٣ أ}}$

[ب] $\frac{\text{١٨م}^{٤} + \text{٣٢م}^{٢}}{-\text{٢م}^{٢}}$

[جـ] $\frac{\text{٤٨س}^{٣} - \text{٨٠ س}^{٢}}{\text{٨س}^{٢}}$

[د] $\frac{\text{١٨س}^{٤}\text{ ص}^{٥} - \text{٤٢ س}^{٥}\text{ ص}^{٤}}{-\text{٦ س}^{٢}\text{ ص}^{٢}}$

[هـ] $\frac{\text{٢٤س}^{٤} - \text{١٨ س}^{٣} - \text{٤٢ س}^{٢}}{\text{٦س}^{٢}}$

[و] $\frac{\text{٣٢ س}^{٥} - \text{٤٨ س}^{٣} + \text{٧٢ س}^{٧}}{-\text{٨ س}^{٣}}$

الدَّرْسُ الثَّامِنُ — قسمة مقدار جبرى على مقدار جبرى آخر

تمرين (٢ – ٨)

١ أوجد خارج قسمة كل مما يأتى

(١) $٢س^٢ + ١٣س + ١٥$ على $س + ٥$

(٢) $٣س^٣ - ٤س + ١$ على $س - ١$

(٣) $٣س^٢ + س^٣ - س - ٣$ على $س^٢ - ١$

(٤) $س^٤ + ٤٩ - ١٨س^٢$ على $٢س - ٧ + س^٢$

(٥) $س^٤ + ٣س^٢ + ٢$ على $س^٢ + ١$

(٦) $س^٣ - ٢٧$ على $س - ٣$

٢ (١) أوجد قيمة ك التى تجعل المقدار $س^٣ - ٣س^٢ - ٢٥س + ك$

يقبل القسمة على $س^٢ + ٤س + ٣$

(٢) مستطيل مساحة سطحه ($٢س^٢ + ٧س - ١٥$) فإذا كان طوله ($س + ٥$) فأوجد :

عرضه ثم أحسب محيطه إذا كانت $س = ٣$ سم

الدَّرْسُ التاسع التَّحْلِيلُ بِإِخْرَاجِ الْعَامِلِ الْمُشْتَرَكِ الْأَعْلَى

تمرين (٢ - ٩)

١ حَلِّلْ بِإِخْرَاجِ الْعَامِلِ الْمُشْتَرَكِ الْأَعْلَى:

[أ] ٣ س^{٢} + ٦ س

[ب] ٨ ص^{٣} - ٤ س^{٢}

[جـ] ٥ ص - ١٠

[د] ٣٥ أ + ١٠ أ^{٢}

[هـ] ٤٩ ب^{٢} - ٧ ب^{٣}

[و] ٣ س^{٢} + ١٢ س - ٦

٢ حَلِّلْ بِإِخْرَاجِ الْعَامِلِ الْمُشْتَرَكِ الْأَعْلَى:

[أ] ١٢ أ^{٢} ب + ١٨ أ^{٣} ب^{٢}

[ب] ٩ م^{٤} ن^{٢} - ٦ م^{٣} ن^{٣} + ١٢ م^{٢} ن^{٤}

[جـ] ١٨ أ^{٢} ب جـ - ٦ أ ب جـ + ٣٠ أ ب جـ^{٢} - ٢٤ أ ب^{٢} جـ^{٢}

[د] -٢ س^{٥} + ٤ س^{٢} - ٦ س + ٢ س^{٣}

[هـ] ٣ س (أ + ب) + ٧ (أ + ب)

[و] (س + ٤) س^{٢} + (س + ٤) ص^{٢}

[ز] ٣ س^{٢} (س - ٧) + ٢ س (س - ٧) + ٥ (س - ٧)

[ح] ٤ م^{٢} (٢ س + ص) - ٣ م (٢ س + ص) - ٧ (٢ س + ص)

٣ أَوْجِدْ نَاتِجَ مَا يَلِي بِإِخْرَاجِ الْعَامِلِ الْمُشْتَرَكِ الْأَعْلَى:

[أ] ٧ × ١٤٣ + ٧ × ٣٥ - ٧ × ١٨

[ب] ٦ × ١٥^{٢} + ١٨ × ١٥ - ٨ × ١٥

تمارين متنوعة

١ خَطِّ الإِجَابَةَ الصَّحِيحَةَ:

[أ] إِذَا كَانَ ٲ = صفر، ب = ٥ ، حـ = ٢ فَإِنَّ الْقِيمَةَ الْعَدَدِيَّةَ لِلْمِقْدَارِ:

$ٲ^٢$ ب + ٲحـ يُسَاوِي .... [٠ ، ٢ ، ٦ ، ٨]

[ب] إِذَا كَانَ ثَمَنُ أَرْبَعَةِ قُمْصَانٍ س جُنَيْهًا فَإِنَّ ثَمَنَ ٤٠ قَمِيصًا يُسَاوِي ....

[١٠س ، $\frac{س}{٤٠}$ ، $\frac{٥ س}{٢}$ ، $\frac{٤٠}{٤}$]

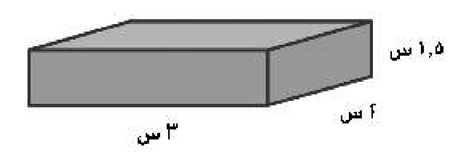
[جـ] إِذَا كَانَ $\frac{ٲ}{ب}$ = ٧٠ فَإِنَّ $\frac{ٲ}{٢ب}$ = ... [٣٥ ، ٦٨ ، ٧٢ ، ١٤٠]

[د] ٧$س^٢$ + ١٤ $ص^٢$ = ٧ (.........) [$س^٢$ + $ص^٢$ ، $س^٢$ + ٢$ص^٢$ ، ٧$س^٢$ + $ص^٢$ ، س + ٢ص]

[هـ] (١٥$س^٤$ + ٥$س^٣$) ÷ ٥$س^٣$ = ... [٣ $س^٢$ + س ، ٥ $س^٢$ + ١ ، ٣ س + ١ ، ٤ $س^٤$]

[و] $\frac{٣ س}{٧}$ - $\frac{س}{٧}$ = ... [$\frac{٢}{٧}$ ، $\frac{س}{٧}$ ، $\frac{٢ س}{٧}$ ، ٢ س]

[ز] حَجْمُ مُتوازِي الْمُسْتَطِيلَاتِ المقابِل يُسَاوِي .....



[٦,٥ س ، ٢ (٥س) (١,٥س) ، ٩ $س^٣$ ، ٢ (٤,٥ $س^٢$)]

[حـ] إِذَا كَانَتْ س = ٤ ، ص = ٦ ، ع = ٢٤ فإن .....

[س = $\frac{ع}{ص}$ ، س = $\frac{ص}{ع}$ ، س = ص ع ، س = ص + ع]

٢ أَكْمِلْ:

[أ] دَرَجَةُ الْحَدِّ الْجَبْرِيِّ ٣$س^٢$ ص هِيَ ..... وَمُعَامِلُهُ هُوَ ....

[ب] ٦ $ٲ^٢$ + ١٢ ٲب = ٣ ٲ (.... + ...)

[جـ] س (ٲ + ١) - ص (ٲ + ١) = (ٲ + ١) (.........)

[د] (٤ $ٲ^٢$ + ٢ ٲ) ÷ ٢ ٲ = ...

[هـ] ٧ + $٧^٢$ + ٨ + $٨^٢$ = ... × ٨ + ... × ٩

[و] (٢٠ + ١) (٢٠ - ١) = ٤٠٠ - ....

[ز] الحَدُّ السَّابِعُ فِي النَّمَطِ : $\frac{١}{١٠٠٠٠}$ ، $\frac{١}{١٠٠٠}$ ، $\frac{١}{١٠٠}$ ، ..... ، ..... هُوَ ....

٣ اخْتَصِرْ إِلَى أَبْسَطِ صُورَةٍ:

[أ] ٤ أ + ٩ب + ٥ أ - ٢ب + ٦ ب - ٣ أ

[ب] ٣ س^{٢} + ٥ س^{٣} + س^{٢} + ٢ س^{٣}

[جـ] ٢ س^{٣} ص^{٢} × ٤ س^{٢} ص^{٣}

[د] ٢س (٣س +ص) + ٣ص (س + ص)

٤ اخْتَصِر بِطَرِيقَتَيْنِ مُخْتَلِفَتَيْنِ:

[أ] $\dfrac{\text{س}^{٢}\text{ب} + \text{س ب}^{٢}}{\text{س ب}}$

[ب] $\dfrac{١٩^{٢} - ٢ \times ١٩ + ١٩}{١٩}$

٥ أَجْرِ عَمَلِيَّاتِ الضَّرْبِ الآتِيَةِ:

[أ] (٢س - ٥ ص) (٢ س + ٥ ص)

[ب] (٢س - ٥ ص) (٢س - ٥ ص)

[جـ] (س + ١) (س^{٢} - س + ١)

[د] (س - ٣ص)^{٢}

[هـ] (٢ س - ص)^{٢}

[و] (٣ أ - ٥ ب) (٢ أ + ٧ب)

٦ حَلِّلْ بِإِخْرَاجِ الْعَامِلِ الْمُشْتَرَكِ الأَعْلَى :

[أ] ١٦س^{٣} + ٨ س^{٢}

[ب] ١٥ أ^{٣} ب^{٤} + ٦ أ^{٥} ب^{٣} - ٣ أ^{٢} ب^{٢}

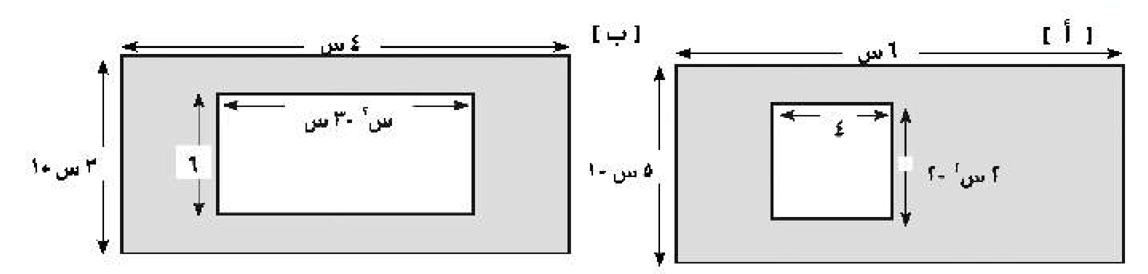
[جـ] ١٥ × ١٧ + ١٥ × ١٣ - ١٥ × ٣٠

[د] ٥ (٤٨)^{٢} + ٧ × ٤٨ + ٥٣ × ٤٨

٧ [أ] مَا زِيَادَةُ الْمِقْدَارِ الْجَبْرِيِّ ٣س^{٢} - ٥س + ٢ س عَنْ مَجْمُوعِ الْمَقَادِيرِ الْجَبْرِيَّةِ س + ٥ س^{٢} + ١ ، ٢ س^{٢} - ٤ - ٢ س

[ب] اخْتَصِرْ إِلَى أَبْسَطِ صُورَةٍ : ٤ ن (ن + ٥) + ن (٦ - ن) ثُمَّ أَوْجِدِ الْقِيمَةَ الْعَدَدِيَّةَ لِلْمِقْدَارِ عِنْدَمَا ن = - ١

٨ أَوْجِدِ الْمِقْدَارَ الْجَبْرِيَّ الَّذِي يُعَبِّرُ عَنِ الْجُزْءِ الْمُظَلَّلِ:



٩ [أ] إِذَا كَانَ ﻫ = ٤ س - ٣ ، ب = ٢ س + ١ ، حـ = ٣ س - ٢ أَوْجِدْ قِيمَةَ الْمِقْدَارِ:

ﻫ ب - حـ٢ بِدَلَالَةِ س.

[ب] اضْرِبْ (س - ٢ص) (س + ٢ ص) في (س٢ + ٤ ص٢)

١٠ أَكْمِلْ:

[أ] دَرَجَةُ الْمِقْدَارِ الْجَبْرِيِّ ٥ س٢ + ٣ هي ....

[ب] (٢س -١)٢ = ... - ٤ س + ١

[جـ] أ٢ ب + ب٢ أ = ... (أ + ب)

[د] (س-٥) (........) = س٢ - ٢٥

١١ حَوِّطِ الْإِجَابَةَ الصَّحِيحَةَ:

[أ] عَدَدُ عَوامِلِ الحَدِّ الجَبرِيِّ ٢س٣ يُسَاوِي ....

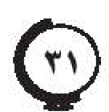
[٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥]

[ب] ٤ س٢ ص٢ - ٢ س ص٢ + ٤ س٢ ص = ...(٢ س ص - ص + ٢س)

[٤ س ص، ٢ س ص ، ٢ س ، ٢ ص]

[جـ] إِذَا كَانَ طُولُ ضِلْعِ مُكَعَّبٍ ٢ ب فَإِنَّ حَجْمَهُ يُسَاوِي ....

[٤ب٢ ، ٢ب٣ ، ٤ ب٣ ، ٨ب٣]



[د] إِذَا كَانَ أَبْعَادُ الْمُسْتَطِيلِ الْمُقَابِلِ ٢ ﻫ ، ٣ ب فَإِنَّ مُحِيطَهُ يُسَاوِي ....

[٦ ﻫ ب ، ٢ ﻫ + ٣ ب ، ٤ ﻫ + ٦ ب ، (٢ ﻫ + ٣ ب)٢]

[هـ] تَحْلِيلُ الْمِقْدَارِ الْجَبْرِيِّ ٦س٢ص -٤ س بِإِخْرَاجِ الْعَامِلِ الْمُشْتَرَكِ الْأَعْلَى هُوَ ....

[٣س ص (س + ص) ، ٢ س ص (٣ص - ٢) ، ٢ س ص (٣ س -٢) ، ٢ س (٣س ص -٢)]

١٢ أوجد خارج قسمة كل مما يأتى :

[أ] س٢ + ٣س + ٢ على س + ١

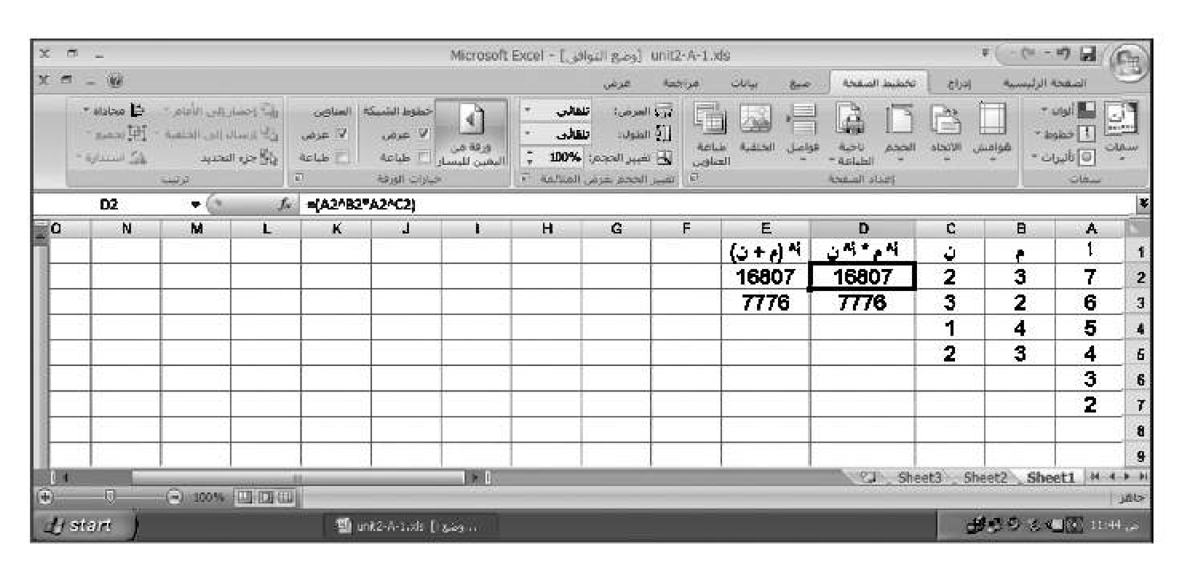
[ب] ٣٧س٢ - ٤ - ٩س٤ على ٣ س٢ - ٢ + ٥س

أنشـــطـــة الوحـــدة

نشاط (١)

اسْتَخْدِمْ بَرْنَامَجَ الْجَدَاوِلِ الْحِسَابِيَّةِ (إِكْسِيل) لِلتَّحَقُّقِ مِنْ أَنَّ:

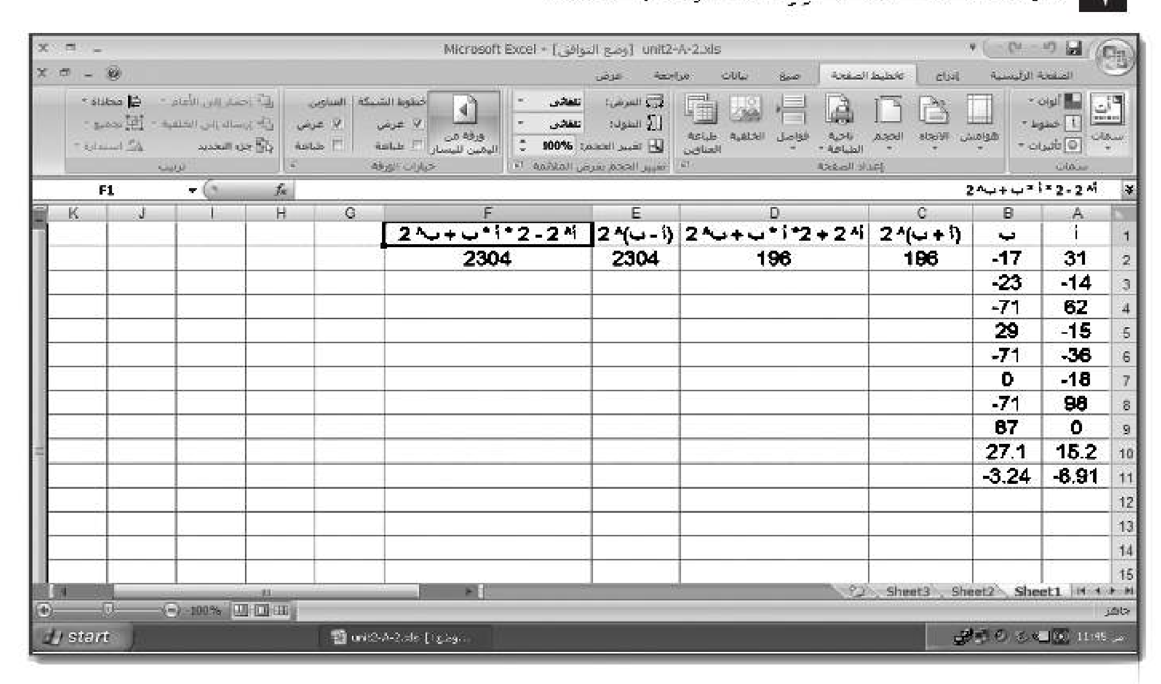
$$أ^{م} \times أ^{ن} = أ^{م+ن}$$



- **أكمل الجداول الحسابية حتى الصف ١٥ بقيم أخرى موجبة للأعداد أ، م، ن**
- **هَلِ الْقَاعِدَةُ تُنْتِجُ نَوَاتِجَ ثَابِتَةً؟**
- **هلْ تُطَبَّقُ الْقَاعِدَةُ السَّابِقَةُ عَلى الأَسَاسِ السَّالِبِ ($أ < $ صفر) ؟**
- **اتَّبِعِ الخُطُوَاتِ السَّابِقَةَ فِي التَّحَقُّقِ من أَنَّ $أ^{م} \div أ^{ن} = أ^{م-ن}$، م ≥ ن ، أ ≠ صِفْرٍ**
- **هَلِ الْقَاعِدَةُ السَّابِقَةُ صَحِيحَةٌ لِلأَسَاسِ السَّالِبِ ($أ < $ صِفْرٍ) ؟**
- **احْفَظِ العَمَلَ فِي المَلَفِّ الخَاصِّ بِكَ.**

نشاط (٢)

١ أَدْخِل مَا يَلى عَلَى الْجَدَاوِلِ الْحِسَابِيَّةِ (إكْسِيل) :



	A	B	C	D	E	F
1	أ	ب	(أ+ب)^2	أ^2+2*أ*ب+ب^2	(أ-ب)^2	أ^2-2*أ*ب+ب^2
2	31	-17	196	196	2304	2304
3	-14	-23				
4	62	-71				
5	-15	29				
6	-36	-71				
7	-18	0				
8	98	-71				
9	0	67				
10	15.2	27.1				
11	-6.91	-3.24				

[أ] حَقِّقْ أَنَّ : $(أ + ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢ أ ب + ب^{٢}$ بِإِكْمَالِ الْعَمُودِ حـ ، الْعَمُودِ ء

اكْتُبْ مَا يُعَبِّرُ عَنِ الْخَلِيَّةِ $C_{٢}$ ....

اكْتُبْ مَا يُعَبِّرُ عَنِ الْخَلِيَّةِ $D_{٢}$ ....

[ب] حَقِّقْ أَنَّ : $(أ - ب)^{٢} = أ^{٢} - ٢ أ ب + ب^{٢}$ بِإِكْمَالِ الْعَمُودِ هـ ، الْعَمُودِ و

اكْتُبْ مَا يُعَبِّرُ عَنِ الْخَلِيَّةِ $E_{٢}$ ....

اكْتُبْ مَا يُعَبِّرُ عَنِ الْخَلِيَّةِ $F_{٢}$ ....

[جـ] أَكْمِلِ الْجَداوِلَ الْحِسابِيَّةَ حَتَّى الصَّفِّ ١٥ بِقِيَمٍ أُخْرَى لِلأَعْدَادِ أ ، ب وأَوْجِدِ الْقِيَمَ فِي الأَعْمِدَةِ مِنْ C إِلَى F مَاذَا تُلَاحِظُ؟

٢ [أ] اسْتَخْدِمِ الطَّرِيقَةَ السَّابِقَةَ فِي التَّحَقُّقِ مِنْ أَنَّ: $أ^{٢} - ب^{٢} = (أ + ب)(أ - ب)$

[ب] احْفَظِ الْعَمَلَ فِي الْمَلَفِّ الْخَاصِّ بِكَ.

اخْتِبَارُ الوَحْدَةِ

١ أَكْمِل:

[أ] (س + ٥) (س+ ...) = س^2 + ... + ١٥

[ب] (٢س + ١)^2 = ٤ س^2 + ... + ...

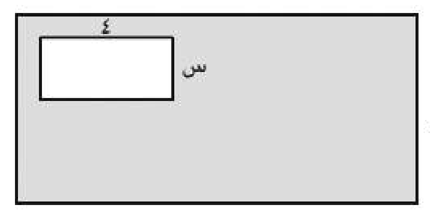
[جـ] ٣ س ص + ٦ س = ... (ص+ ٢)

[د] إِذَا كَانَ م = ٢ب ، ب = ١٥ فَإِنَّ القِيمَةَ العَدَدِيَّةَ لِلْمِقْدَارِ م + ٢ ب + ٥ هي ....

[هـ] إِذَا كَانَ م + ٣ب = ٧ ، حـ = ٣ فَإِنَّ القِيمَةَ العَدَدِيَّةَ م + ٣ (ب + حـ)

[و] فِي الشَّكْلِ المُقَابِلِ:

مِسَاحَةُ الجُزْءِ المُظَلَّلِ تُسَاوِي .... وَحْدَةً مُرَبَّعَةً



٢ خَوِّطِ الإِجَابَةَ الصَّحِيحَةَ:

[أ] ٣ م^4 ب × ٥ م^2 ب^2 × ٢ م^3 = ... [٩٠ م^{11} ب^3 أو ٣٠ م^{10} ب^2 أو ١٥٠ م^{10} ب^3 أو ٣٠ م^9 ب^3]

[ب] مُكَعَّبُ مَجْمُوعِ الحَدَّيْنِ م ، ب يُسَاوِي .... [م^3 + ب^3 أو (م + ب)^3 أو م^3 ب^3 أو ٣ م^3 ب^3]

[جـ] (٤ س - ٣) (س - ٤) = ...

[٤ س^2 - ١٩ س - ١٢ أو ٤ س^2 - ٧ أو ٤ س^2 - ١٢ أو ٤ س^2 - ١٩ س+ ١٢]

[د] (س ـ ٢) (س^2 + ٢ س+٤) = ... [س^3 + ٨ أو س^3 - ٨ أو ٣ س + ٦ أو س^3 + ٦]

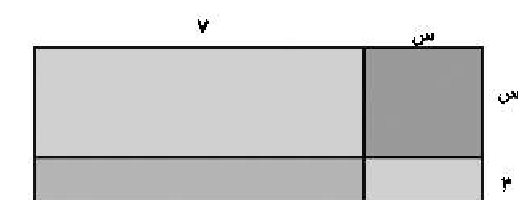
[هـ] (س^2 + س) ÷ س = ... [صِفْر أو س أو ٢ س + ١ أو س +١]

٣ [أ] إِذَا كَانَ م = ٣ س - ٤ ، ب = س + ٢ ، حـ = ٢ س - ٣ احْسِبِ القِيمَةَ العَدَدِيَّةَ لِلْمِقْدَارِ م ب - حـ^2

عِنْدَمَا س = صفرًا.

[ب] فِي الشَّكْلِ المُقَابِلِ:

مُسْتَطِيلٌ مُكَوَّنٌ مِنْ ٤ أَجْزَاءٍ مُظَلَّلَةٍ اكتب المِقْدَارَ الجَبْرِيَّ الَّذِي يُعَبِّرُ عَنْ مِسَاحَةِ المُسْتَطِيلِ



٤ ضَعِ العَلامَةَ (✓) أَمَامَ الْعِبَارَةِ الصَّحِيحَةِ والعَلامَةَ (×) أَمَامَ الْعِبَارَةِ غَيْرِ الصَّحِيحَةِ.

[أ] دَرَجَةُ الْحَدِّ الْجَبْرِي ٣ $س^٤$ هي ٤ ( )

[ب] الْحَدَّانِ الْجَبْرِيَّانِ ٧ $س^٢$ ، ٢ $س^٧$ مُتَشَابِهَانِ. ( )

[جـ] دَرَجَةُ الْمِقْدَارِ الْجَبْرِيِّ ٣ س ص + ٥ هي الدَّرَجَةُ الثَّانِيَةُ ( )

[د] المَعْكُوسُ الجمعى لِلْمِقْدَارِ ٢س - ٣ ص هو ٣ص - ٢ س ( )

[هـ] $ب^٣$ = ٣ × ب × ب ( )

[و] $(س + ٢)^٢$ = $س^٢$ + ٤ ( )

٥ [أ] أَوْجِدْ خَارِجَ قِسْمَةِ الْمِقْدَارِ $س^٣$ ص - ٤ س $ص^٢$ + ٦س ص على س ص.

[ب] أَوْجِدْ نَاتِجَ مَا يَلِى بِإِخْرَاجِ الْعَامِلِ الْمُشْتَرَكِ الأَعْلَى:

١) $١٧^٢$ - ٨ × ١٧ + ١٧

٢) ٦ × ٣٠ + ١٨ × ١٥ - ٢٤ × ١٥

٦ [أ] اطْرَحْ ٥ $س^٢$+ $ص^٢$ - ٣ س ص من $س^٢$ - ٢ س ص + ٣ $ص^٢$

[ب] اخْتَصِرْ إِلَى أَبْسَطِ صُورَةٍ:

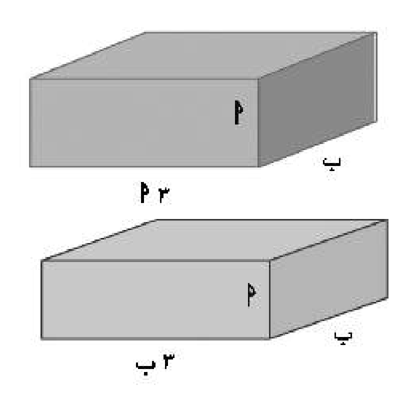
$(٧ س ص - ٣ س)^٢$ - $(٥ س ص - س)^٢$

٧ أَوْجِدِ الْقِيمَةَ الْعَدَدِيَّةَ لِكُلِّ مِقْدَارٍ جَبْرِيٍّ

(٢ ؟ + ٣ ب) - (٣ ؟ - ٢ ب) عِنْدَمَا ؟ = -١ ، ب = ٢:

٨ فِي الشَّكْلِ المُقَابِلِ:

صُهِرَ مُتَوَازِيَا الْمُسْتَطِيلَاتِ لِعَمَلِ مُتَوَازِي مُسْتَطِيلاتٍ آخَرَ ارْتِفَاعُهُ (؟ + ب) أَوْجِدْ مِسَاحَةَ قَاعِدَةِ مُتَوَازِي الْمُسْتَطِيلَاتِ الْجَدِيدَةِ.



٩ أوجد قيمة ك التى تجعل

[أ] المقدار ٦$س^٣$ - ١٣ $س^٢$ - ١٣ س + ك يقبل القسمة على ٣س - ٥

[ب] المقدار $س^٣$ - ٣ $س^٢$ - ٢٥ س - ك يقبل القسمة على $س^٢$ + ٤س + ٣

الوحدة الثالثة : الإحصاء

الدَّرْسُ الأَوَّلُ مقاييس النزعة المركزية: المتوسط الحسابى

تَمْرِينٌ (٣ – ١)

١ أكمل ما يأتي:

أ – المتوسط الحسابى للقيم: ١٨، ٣٥، ٢٤، ٦ يساوى ....

ب – إذا كان المتوسط الحسابى للأعداد ٣، ٥، س هو ٤ فإن س = ...

جـ – إذا كان مجموع خمسة أعداد يساوى ٣٠ فإن المتوسط الحسابى لهذه الأعداد يساوى ....

٢ أوجد المتوسط الحسابى لكل مجموعة من القيم الآتية:

أ) ٤، ٦ هـ) ٣، ٥ ح) ٣، ٤

ب) ٢، ٤، ٦ و) ١، ٣، ٥ ط) ١، ٢، ٣، ٤، ٥

جـ) ٦، ١٠ ز) $\frac{1}{2}$، ١ ى) ١٠، ٢٠

ع) ٣٥، ٥٠، ٦٠، ٥٥

٣ إذا كانت درجات الحرارة لأسبوع كامل من شهر ديسمبر فى إحدى المدن كالآتي:

٢٥°، ٢٧°، ٣١°، ٢٣°، ٢٢°، ٢٢°، ١٨°

احسب المتوسط الحسابى لهذه الدرجات.

٤ إذا كانت ساعات المذاكرة لإحدى الطالبات خلال ٦ أيام متتالية كالآتي:

اليوم	السبت	الأحد	الاثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس
عدد ساعات المذاكرة	$2\frac{1}{2}$	٣	$2\frac{1}{2}$	٣	٤	٢

احسب متوسط عدد ساعات المذاكرة يوميا.

٥ إذا كانت درجات شريف فى ٣ شهور متتالية فى مادة الرياضيات كالآتي:

٨٩، ٩١، ٩٦. احسب متوسط الدرجات شهريا لهذا الطالب.

الدَّرْسُ الثانى — الوسيط

تمرين (٣ – ٢)

١ اختر الإجابة الصحيحة مما بين الأقواس:

أ – إذا كان ترتيب الوسيط لمجموعة قيم هو الرابع فإن عدد القيم يساوى ....
(٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩)

ب – إذا كان ترتيب الوسيط لمجموعة قيم هو الرابع، الخامس. فإن عدد هذه القيم يساوي...............
(٤ ، ٥ ، ٨ ، ٩)

جـ – إذا كان الوسيط للقيم أ + ٣ + أ + ٢ ، أ + ٤
حيث أ ∋ ص + هو ٨ فإن أ = ...

(٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥)

د – الوسيط للقيم: ٤ ، ٨ ، ٣ ، ٥ ، ٧ هو ....

(٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧)

٢ أوجد الوسيط لكل مجموعة من مجموعات القيم الآتية:

أ) ٣ ، ٥ ، ١٢ ، ١١ ، ٨

ب) ٣ ، ٥ ، ١٢ ، ١١ ، ٨ ، ١٠

جـ) $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، ١

د) –٢ ، صفر ، –١ ، ١ ، ٥

٣ الجدول التالى يبين درجات جهاد فى امتحان مادة الرياضيات فى ٦ شهور دراسية:

الشهر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر	فبراير	مارس	أبريل
الدرجة	٤١	٣٥	٤٧	٣٧	٤٤	٤٨

أوجد:

أ – الوسيط للدرجات السابقة.

ب – المتوسط الحسابى للدرجات السابقة.

الدَّرْسُ الثالث

المنوال

تمرين (٣ – ٣)

١ أكمل ما يأتي:

أ – المنوال لمجموعة القيم: ١٤ ، ١١ ، ١٢ ، ١١ ، ١٤ ، ١٥ ، ١١ هو ....

ب – المنوال للألوان: أحمر. أصفر. أحمر. أبيض. أسود. أحمر. أبيض هو اللون...............

جـ – إذا كان المنوال للقيم: ١٥، ٩، س + ١، ٩، ١٥ هو ٩ فإن س= ....

٢ اختر الإجابة الصحيحة مما بين الأقواس

أ – المنوال للقيم ١، ٣، ٧، ٣، ٦، ٧، ٣ هو ....

(١ ، ٣ ، ٦ ، ٧)

ب – إذا كان المنوال لمجموعة القيم:

٧، ٥، ص + ٣، ٥، ٧ هو ٧ فإن ص= ....

(٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧)

٣ احسب الوسط، الوسيط، المنوال للقيم الآتية:

٥ ، ٤ ، ١٠ ، ٣ ، ٣ ، ٤ ، ٧ ، ٤ ، ٦ ، ٥

أنشـطـة الوحـدة

١ أى من الأعداد التالية هو المتوسط الحسابى للأعداد الأخري؟

أ) ٢٦ ب) ٢٨ جـ) ٢٩ ء) ٣٠ هـ) ٣٧

٢ إذا كان متوسط درجات كريم فى ٥ اختبارات هو ٨٤. كان متوسط درجاته فى الاختبارات الثلاثة الأولى هو ٨٠. فما متوسط درجاته فى آخر اختبارين؟

٣ احسب المتوسط الحسابى والوسيط لكل مجموعة من مجموعات الأعداد الآتية:

أ) ١، ٢، ٣، .... ٨، ٩، ١٠

ب) ١، ٢، ٣، .... ٩، ١٠، ١١

جـ) ١، ٢، ٣، .... ٩٩، ١٠٠

ء) ١، ٢، ٣، .... ١٠٠، ١٠١

هـ) ٠، ٢، ٤، ٦، ٨، ١٠

و) ١، ٣، ٥، .... ٩٩.

✸ هل لكل مجموعة من مجموعات الأعداد السابقة منوال؟

الوحدة الرابعة : الهندسة و القياس

الدَّرْسُ الأَوَّلُ

مَفَاهِيمُ هَنْدَسِيَّةٌ

تَمْرِينٌ (٤-١)

١ أكمل :

أ) إذا كان ق (∠ أ) = ٨٠° فإن ق (∠ أ) المنعكسة = ...°

ب) الزاويتان المتتامتان والمتساويتان فى القياس يكون قياس كل منهما = ...°

جـ) ∠ أ ، ∠ ب متكاملتان ، ق(∠ أ) = ٢ ق (∠ ب) يكون ق (∠ ب) = ...°

٢ ارْسُمْ الزاوِيَةَ ب أ جـ

[أ] أوْجِدْ قِيَاسَ ∠ ب أ جـ

[ب] ارْسُم أ ى بِيْنَ الشُّعَاعَيْنِ أ جـ ، أ ب

بِحَيْثُ ق (∠ ى أ جـ) = $\frac{1}{2}$ ق (∠ ب أ جـ)

[جـ] هَلِ أ ى يُنَصِّفُ ∠ ب أ جـ

[د] مُدَّ جـ أ إِلَى هـ

[هـ] ارْسُم أ و مُنَصِّفُ ∠ ب أ هـ

أَوْجِدْ قِيَاسَ الزَّوَايَا قَبْلَ إجَابَةِ (و) ، (ز)

[و] اذْكُرْ أزْوَاجَ الزَّوَايَا المُتَتَامَّةِ.

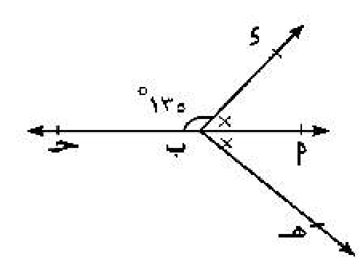
[ز] اذْكُرْ أزْوَاجَ الزَّوَايَا المُتَكَامِلَةِ.

٣ [أ] ارْسُم الزَّوَايَا الَّتِى قِيَاسَاتُهَا: ٦٠° ، ١١٥° ، ١٩٥° ، ٢٤٥° ثُمَّ اكْتُبْ نَوْعَ كُلٍّ مِنْهَا.

[ب] اكْتُبْ مُكَمِّلاَتِ الزَّوَايَا الَّتِى قِيَاسَاتُهَا: ١٠° ، ١١٧° ، ٨٢° ، $\frac{1}{2}$ ٩٢°

[جـ] اكْتُبْ مُتَمِّمَاتِ الزَّوَايَا الَّتِى قِيَاسَاتُهَا: ٣٧° ، ٤٨° ، ٤٥° ، $\frac{1}{2}$ ٢٢°

٤ فى الشكل المقابل :



إذا كانت ب ∈ أ جـ ، ق(∠ ى ب جـ) = ١٣٥°

، ب أ ينصف ∠ ى ب هـ

فأوجد كلاً من :

ق(∠ أ ب ى) ، ق(∠ ى ب هـ) ، ق (∠ جـ ب هـ)

٥ في الشكل المقابل :

إذا كان $\overleftrightarrow{أب} \cap \overleftrightarrow{جـهـ} = \{م\}$

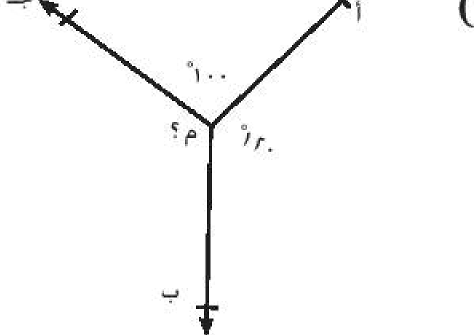
، $\overrightarrow{مء} \perp \overleftrightarrow{جـهـ}$ ، $\overrightarrow{مب}$ منصف ∠ءمهـ

فأوجد قياسات الزوايا التالية :

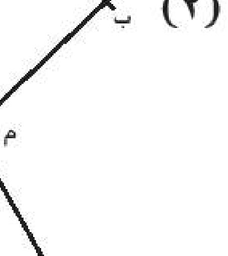
بمهـ ، ءمهـ ، أمجـ ، أمهـ

٦ - في كل من الأشكال الآتية اذكر قياس الزاوية المشار إليها بالعلامة (؟)

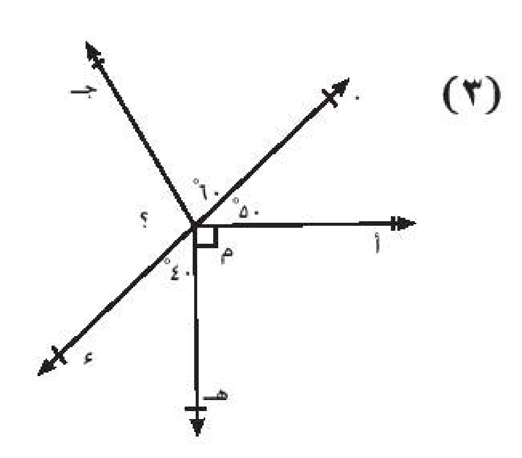
(١)



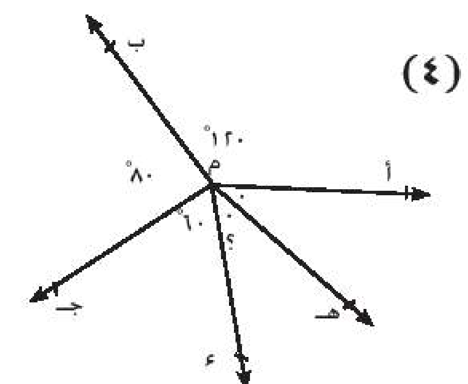
(٢)



(٣)



(٤)

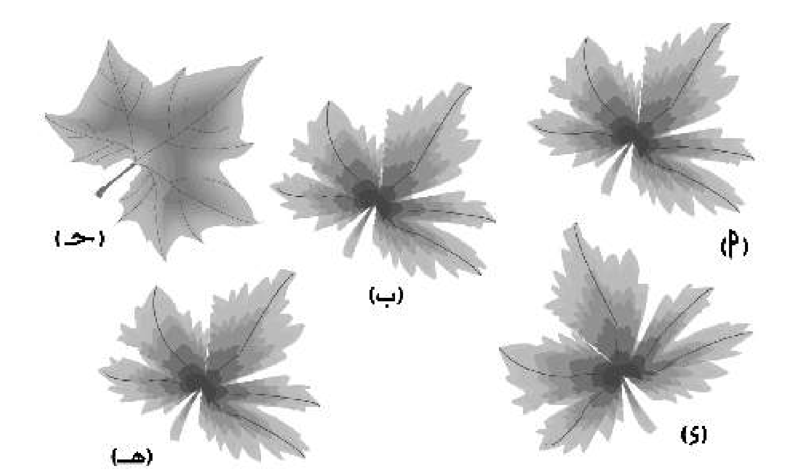


الدَّرْسُ الثانى التَّطَابُــقُ

تَمْرِينُ (٤-٢)

١ فِي الشَّكْلِ المُقَابِلِ:

أَيُّ وَرَقَةٍ مِنْ وَرَقِ الشَّجَرِ لا تُطَابِقُ الوَرَقَاتِ الأَرْبَعِ؟



٢ فِي الشَّكْلِ المُقَابِلِ:

المُضَلَّعَانِ مُتَطَابِقَانِ. أَكْمِلْ:

[أ] الرَّأْسُ ب تُنَاظِرُ الرَّأْسَ ....

[ب] المُضَلَّعُ ك ع ص س ل يُطَابِقُ المُضَلَّعَ ....

[جـ] ل ك = ... سم

[د] ق (∠ أ) = ق (∠ .....)

[هـ] س ص = ...

[و] ق (∠ ص) = ق (∠ .....)

ل س ك ع ص أ ب جـ د هـ ٥سم ٤سم ٤,٥ سم

٣ فِي الشَّكْلِ المُقَابِلِ:

$\overleftrightarrow{\text{ا ب}}$ محور تماثل للشكل ء جـ ب س ص ، ا ∈ $\overline{\text{ء ص}}$

[أ] أَكْمِل:

١) الْمُضَلَّعُ ا ب جـ ء يُطَابِقُ المُضَلَّعُ ......

٢) الضِّلْعُ الْمُشْتَرَكُ بَيْنَهُمَا هُوَ ....

[ب] لِمَاذَا تَكُونُ الْجُمَلُ الآتِيَةُ صَوَابًا؟

١) ا هِيَ نُقْطَةُ مُنْتَصَفِ $\overline{\text{ء ص}}$.

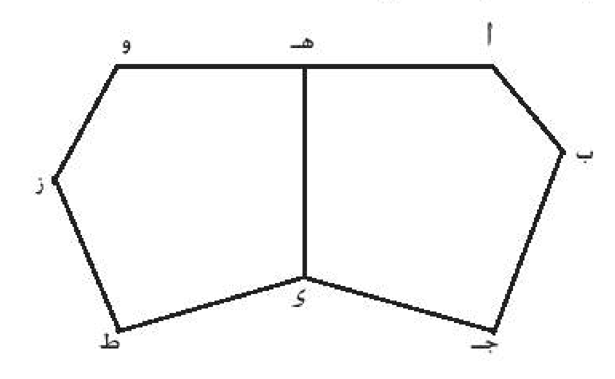
٢) ∠ ص ا ب تُطَابِقُ ∠ ء ا ب

٣) $\overline{\text{ا ب}}$ ⊥ $\overline{\text{ء ص}}$

٤) $\overline{\text{ا ب}}$ فِي الْمُضَلَّعِ ا ب جـ ء تُطَابِقُ $\overline{\text{ا ب}}$ فِي الْمُضَلَّعِ ا ب س ص



٤ فى الشكل المقابل:



المضلع ا ب جـ ى هـ يطابق

المضلع و ز ط ى هـ

أكمل ما يأتى:

١- اب = ... هو ، ى جـ = ...

٢- ب جـ = ... هو ، هـ أ = ...

٣- ق (∠ ا) = ق (∠ ...) هو ، ق (∠ ب) = ق (∠ ....)

٤- ق (∠ جـ) = ق (∠ ....) هو ، ق (∠ جـ ى هـ) = ق (∠ ....)

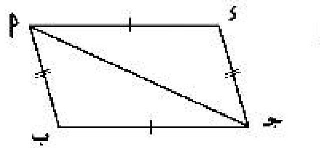
الدَّرْسُ الثالث تَطَابُـقُ الْمُثَلَّثَـاتِ

تَمْرِينُ (٤-٣)

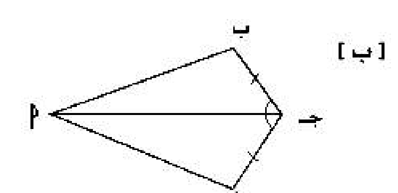
١ الْعَلَامَاتُ الْمُتَشَابِهَةُ تَدُلُّ عَلَى تَطَابُقِ الْعَنَاصِرِ الْمُبَيَّنَةِ عَلَيْهَا هَذِهِ الْعَلَامَاتُ.

- هَلِ الْمُثَلَّثَانِ مُتَطَابِقَانِ؟
- إِذَا كَانَ الْمُثَلَّثَانِ مُتَطَابِقَيْنِ، اكْتُبْ حَالَةَ التَّطَابُقِ. إِذَا كَانَ الْمُثَلَّثَانِ غَيْرَ مُتَطَابِقَيْنِ اذْكُرِ السَّبَبَ.

[أ]

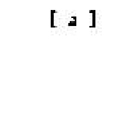


[ب]

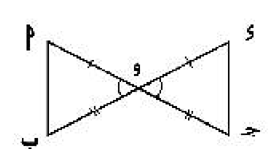


[جـ]

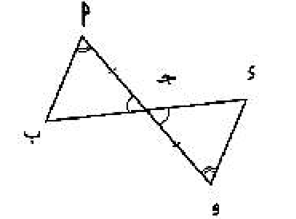
[د]



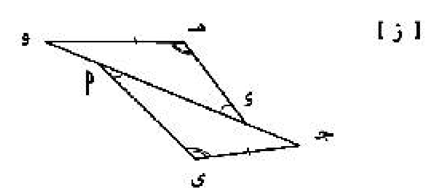
[هـ]



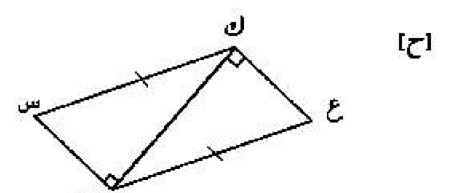
[و]



[ز]

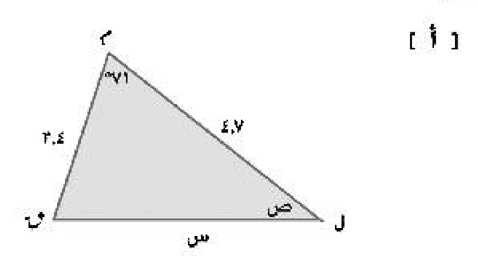


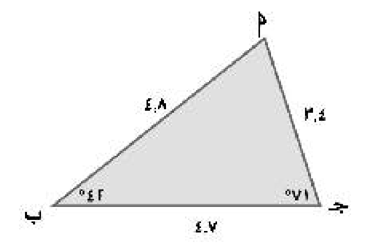
[ح]



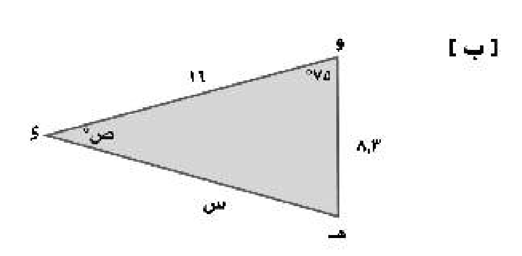
٢ ادْرُسِ الأَشْكَالَ الآتِيَةَ وَأَوْجِدْ قِيمَةَ س ، ص فِي كُلٍّ مِمَّا يَأْتِي:

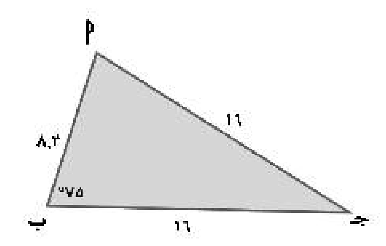
[أ]



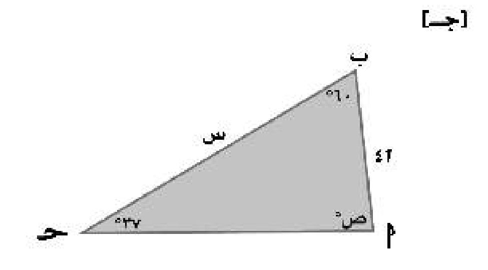


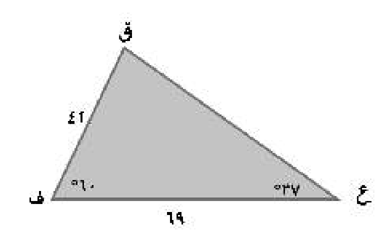
[ب]



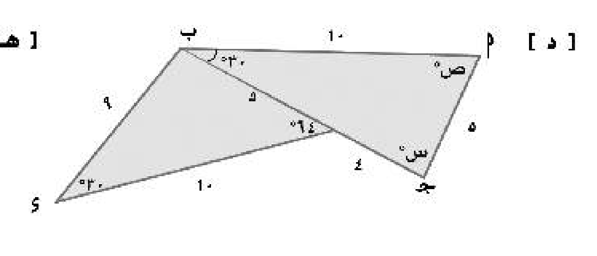


[جـ]

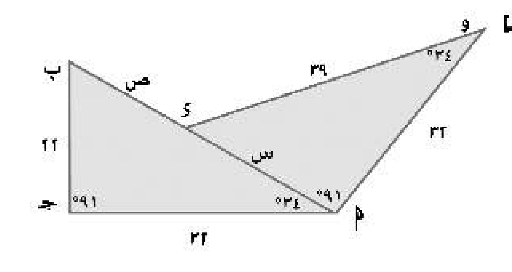




[د]

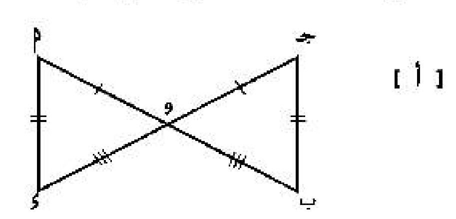


[هـ]

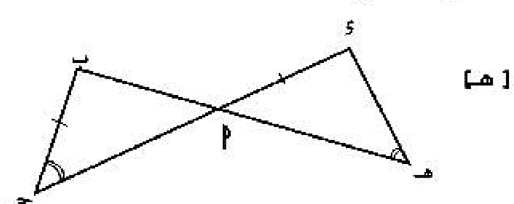


٣ الْعَلَامَاتُ الْمُتَشَابِهَةُ تَدُلُّ عَلَى تَطَابُقِ الْعَنَاصِرِ الْمُبَيَّنَةِ عَلَيْهَا هَذِهِ الْعَلَامَاتُ اذْكُرِ الْمُثَلَّثَاتِ الْمُتَطَابِقَةَ مَعَ ذِكْرِ السَّبَبِ ثُمَّ اكْتُبْ نَاتِجَ التَّطَابُقِ.

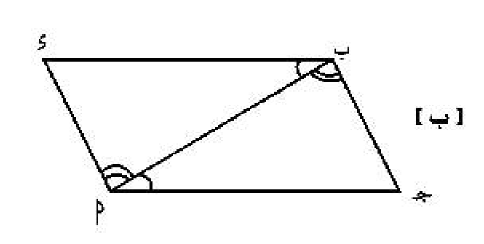
[أ]



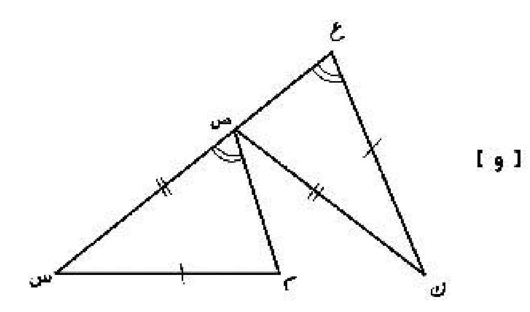
[هـ]



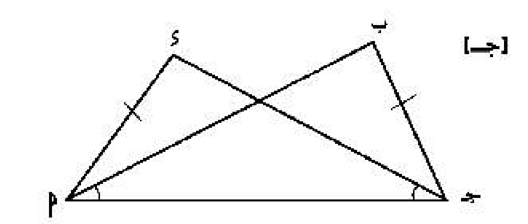
[ب]



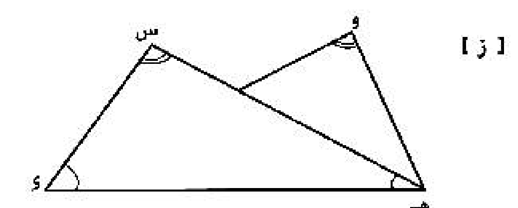
[و]



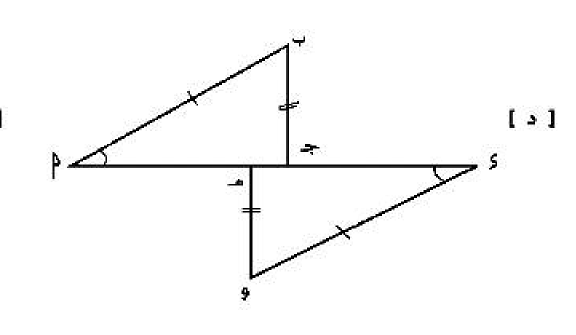
[جـ]



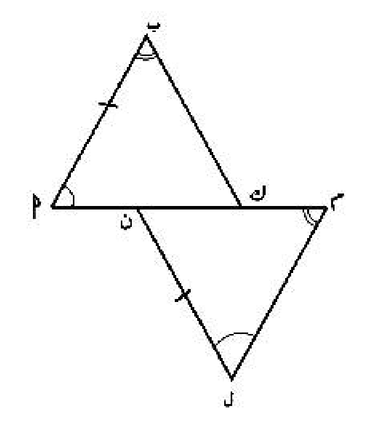
[ز]



[د]



[حـ]



٤ ادْرُسْ مُعْطَيَاتِ الْمُثَلَّثَيْنِ ٫ ب جـ ، س ص ع. إذَا كَانَتِ الْمُعْطَيَاتُ كَافِيَةً لِلتَّحَقُّقِ مِنْ تَطَابُقِ الْمُثَلَّثَيْنِ اكْتُبْ «تَطَابُقَ الْمُثَلَّثَيْنِ». وَبَيِّنْ حَالَةَ التَّطَابُقِ. وَإذَا كَانَتِ الْمُعْطَيَاتُ غَيْرَ كَافِيَةٍ للتَّحَقُّقِ مِنْ تَطَابُقِ الْمُثَلَّثَيْنِ اذْكُرِ السَّبَبَ.

[أ] ٫ ب = ص س ، ٫ جـ = س ع ، ∠ ٫ ≡ ∠ س .

[ب] ب جـ = ص ع ، ب ٫ = س ص ، ∠ ب ≡ ∠ ع .

[جـ] ٫ ب = ص ع ، ب جـ = ص س ، ٫ جـ = س ع.

[د] ٫ ب = س ص ، جـ ٫ = ع س ، ∠ ب ≡ ∠ ص .

[هـ] ∠ ب = ∠ ع ، ∠ جـ ≡ ∠ س ، ب جـ = س ع

[و] ∠ ٫ ≡ ∠ س ، ∠ ب ≡ ∠ ص ، ٫ جـ = ص ع.

٥ ضع علامة (√) أمام العبارة الصحيحة:

[أ] يَتَطَابَقُ الْمُثَلَّثَانِ إذَا سَاوَتْ أَطْوَالُ الأَضْلَاعِ الثَّلَاثَةِ فِي أَحَدِهِمَا نَظَائِرَهَا فِي الْآخَرِ.

[ب] يَتَطَابَقُ الْمُثَلَّثَانِ إذَا سَاوَتْ قِيَاسَاتُ الزَّوَايَا الثَّلَاثِ فِي أَحَدِهِمَا نَظَائِرَهَا فِي الْآخَرِ.

[جـ] يَتَطَابَقُ الْمُثَلَّثَانِ الْقَائِمَا الزَّاوِيَةِ إذَا سَاوَى فِي أَحَدِهِمَا طُولا ضِلْعَيْنِ نَظِيرَهُمَا فِي الْآخَرِ.

[د] يَتَطَابَقُ الْمُثَلَّثَانِ الْقَائِمَا الزَّاوِيَةِ إذَا سَاوَى فِي أَحَدِهِمَا طُولُ الْوَتَرِ وَقِيَاسُ زَاوِيَةٍ أُخْرَى غَيْرَ الْقَائِمَةِ نَظَائِرَهُمَا فِي الْآخَرِ.

[هـ] يَتَطَابَقُ الْمُثَلَّثَانِ الْقَائِمَا الزَّاوِيَةِ إذَا سَاوَى فِي أَحَدِهِمَا طُولُ الْوَتَرِ وَطُولُ ضِلْعٍ نَظِيرَيْهِمَا فِي الآخَرِ.

٦

[أ] ارْسُمِ الْمُثَلَّثَ الَّذِي فِيهِ قِيَاسَاتُ زَوَايَاهُ ٥٠° ، ٦٠° ، ٧٠°

[ب] هَلْ تَسْتَطِيعُ رَسْمَ مُثَلَّثٍ آخَرَ قِيَاسَاتُ زَوَايَاهُ هِيَ ٥٠° ، ٦٠° ، ٧٠° لَكِنْ لا يُطَابِقُ الْمثلَّثَ الْمَرْسُومَ فِي (أ).

الدَّرْسُ الرابع — التوازى

تَمْرِينٌ (٤-٤)

١ أَكْمِلْ مَا يَلِي:

[أ] الْمُسْتَقِيمُ الْعَمُودِيُّ عَلَى أَحَدِ مُسْتَقِيمَيْنِ مُتَوَازِيَيْنِ يَكُونُ ..... عَلَى الآخَرِ.

[ب] إِذَا وَازَى مُسْتَقِيمَانِ مُسْتَقِيمًا ثَالِثًا كَانَ هَذَانِ الْمُسْتَقِيمَانِ .....

[جـ] إِذَا قَطَعَ مُسْتَقِيمٌ مُسْتَقِيمَيْنِ مُتَوَازِيَيْنِ فَإِنَّ:

١) كُلُّ زَاوِيَتَيْنِ مُتَبَادِلَتَيْنِ ..... فِي الْقِيَاسِ.

٢) كُلُّ زَاوِيَتَيْنِ مُتَنَاظِرَتَيْنِ ..... فِي الْقِيَاسِ.

٣) كُلُّ زَاوِيَتَيْنِ دَاخِلَتَيْنِ وَفِي جِهَةٍ وَاحِدَةٍ مِنَ الْقَاطِعِ ......

[د] يَتَوَازَى الْمُسْتَقِيمَانِ إِذَا قَطَعَهُمَا مُسْتَقِيمٌ ثَالِثٌ وَحَدَثَتْ إِحْدَى الْحَالَاتِ الآتِيَةِ:

١) زَاوِيَتَانِ ...... مُتَسَاوِيَتَانِ فِي الْقِيَاسِ

٢) زَاوِيَتَانِ ...... مُتَسَاوِيَتَانِ فِي الْقِيَاسِ

٣) زَاوِيَتَانِ ...... وَفِي جِهَةٍ وَاحِدَةٍ مِنَ الْقَاطِعِ مُتَكَامِلَتَانِ

[هـ] إِذَا تَقَاطَعَ مُسْتَقِيمَانِ فَإِنَّ كُلَّ زَاوِيَتَيْنِ مُتَقَابِلَتَيْنِ بِالرَّأْسِ تَكُونَانِ ..... فِي الْقِيَاسِ.

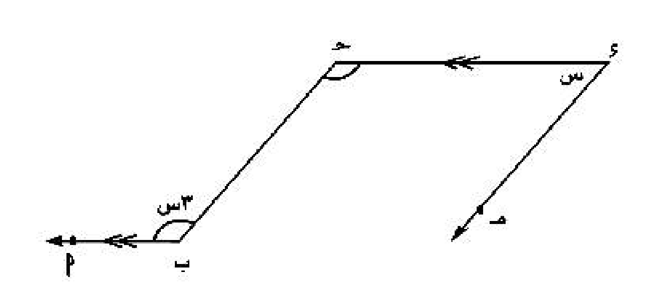
[و] فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:

إِذَا كَانَ:

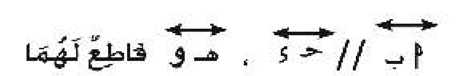
$\overline{\text{حـ ء}}$ // $\overleftarrow{\text{ب أ}}$ ، $\overleftarrow{\text{ء هـ}}$ // $\overline{\text{حـ ب}}$

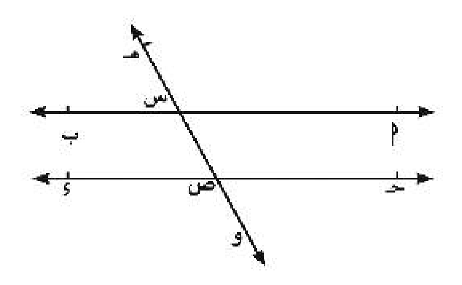
قاطع لهما .

فَإِنَّ : س = ...°



٢ فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:

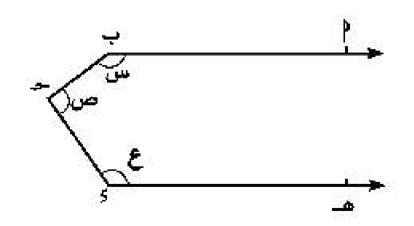




[أ] أَوْجِدِ الزَّوَايَا الَّتِي تُسَاوِي فِي الْقِيَاسِ ∠ هـ س ب

[ب] أَوْجِدِ الزَّوَايَا الَّتِي تُسَاوِي فِي الْقِيَاس ∠ س ص جـ

٣ فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:

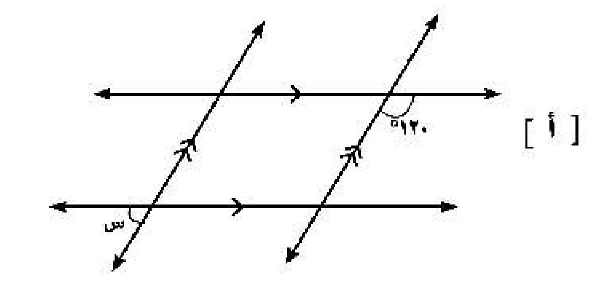


ب أ // د هـ ، أَوْجِدْ قِيمَةَ المقدار: س + ص + ع

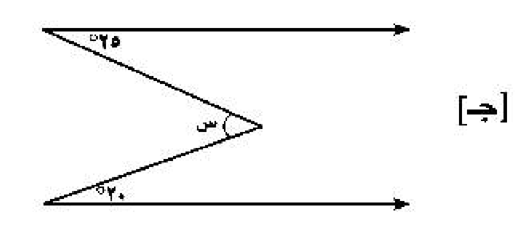
(إِرْشَادٌ: ارْسُمْ خَطًّا مُسْتَقِيمًا يَمُرُّ بِالنُّقْطَةِ جـ مُوَازِيًا ب أ)

٤ أَوْجِدْ قِيمَةَ س فِي كُلٍّ مِنَ الأَشْكَالِ الآتِيَةِ:

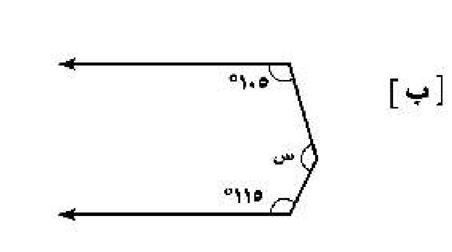
[أ]



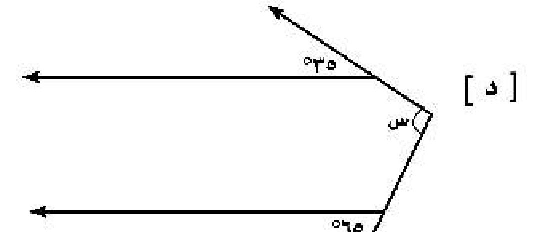
[جـ]



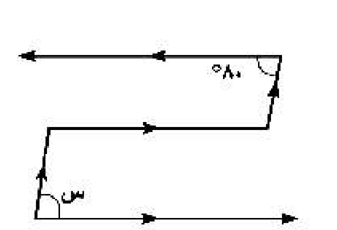
[ب]



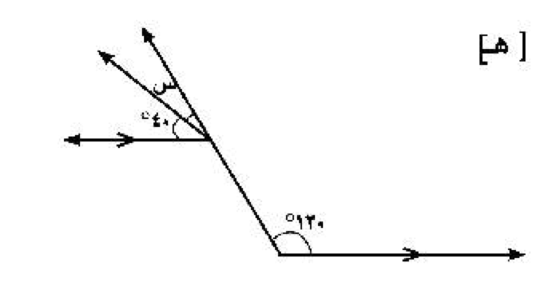
[د]

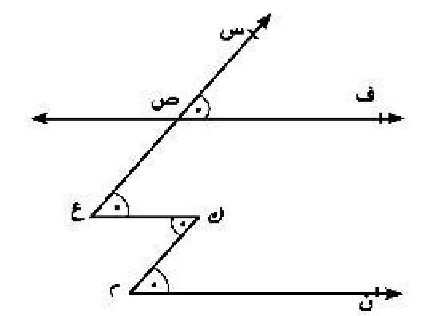


[و]



[هـ]





٥ فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِلِ:

ق(∠ س ص ف)= ق(∠ ع) = ق(∠ ك) = ق (∠ م).

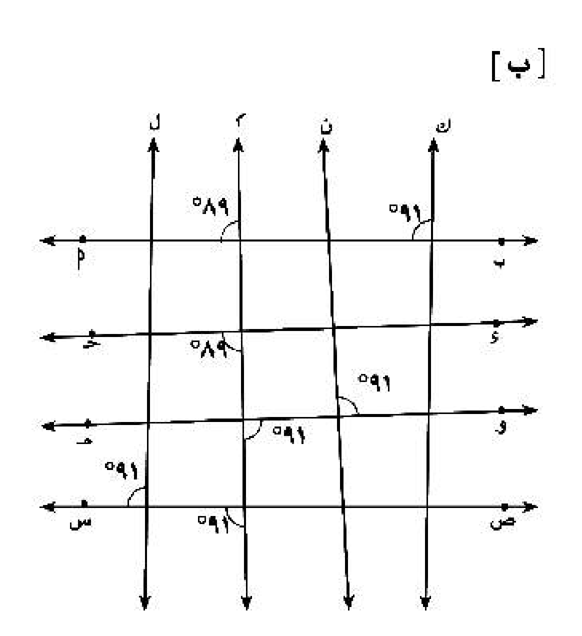
اكْتُبْ أَرْبَعَةَ أَزْوَاجٍ مِنَ الْمُسْتَقِيمَاتِ الْمُتَوَازِيَةِ.

مع ذكر السبب.

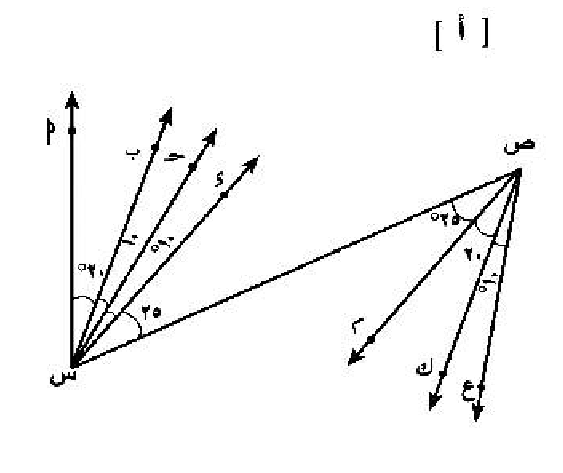
٦ فِي كُلِّ شَكْلٍ مِنَ الأَشْكَالِ الآتِيَةِ:

أَوْجِدْ أَزْوَاجَ الْمُسْتَقِيمَاتِ الْمُتَوَازِيَةِ

[ب]



[أ]



الدَّرْسُ الخامس إِنْشَاءَاتٌ هَنْدَسِيَّةٌ

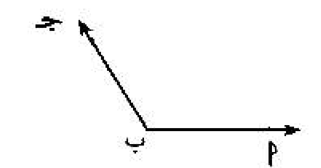
تَمْرِينٌ (٤-٥)

١ اسْتَخْدِمِ الْفِرجَارَ وَالمسْطَرَةَ فِى رَسْمِ كُلًّا مِمَّا يَأْتِى:

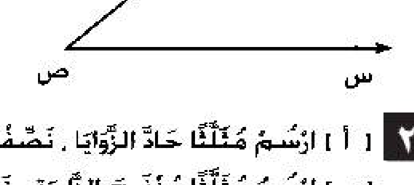
[أ] عَمُودٍ مِنْ جـ عَلَى $\overleftrightarrow{\text{ب}}$ ب   [ب] مُنَصِّفِ ∠ ب جـ

. جـ

ب   ا



[جـ] مُنَصِّفِ ∠ س ص ع   [د] مِحْوَرِ تَمَاثُلِ للقطعة الْمُسْتَقِيمَةِ ا ب





٢ [أ] ارْسُمْ مُثَلَّثًا حَادَّ الزَّوَايَا ، نَصِّفْ كُلَّ زَاوِيَةٍ مِنْ زَوَايَاهُ.

[ب] ارْسُمْ مُثَلَّثًا مُنْفَرِجَ الزَّاوِيَةِ ، نَصِّفْ كُلَّ زَاوِيَةٍ مِنْ زَوَايَاهُ.

[جـ] مَاذَا تُلَاحِظُ عَلَى مُنَصِّفَاتِ الزَّوَايَا فِى (ا) ، (ب)؟

٣ [أ] ارْسُمْ مُثَلَّثًا حَادَّ الزَّوَايَا. ارْسُمْ مِحْوَرَ تَمَاثُلٍ لِكُلِّ ضِلْعٍ مِنْ أَضْلَاعِهِ.

[ب] هَلْ مَحَاوِرُ التَمَاثُلِ تَتَقَاطَعُ فِى نُقْطَةٍ؟

[جـ] كَرِّرِ الْعَمَلَ السَّابِقَ فِى (ا) ، (ب) عَلَى مُثَلَّثٍ مُنْفَرِجِ الزَّاوِيَةِ.

٤ [أ] ارْسُمْ مُثَلَّثًا حَادَّ الزَّوَايَا. ارْسُمِ ارْتِفَاعَاتِ الْمُثَلَّثِ.

[ب] هَلِ الْمُسْتَقِيمَاتُ الَّتِى تَحْتَوِى ارْتِفَاعَاتِ الْمُثَلَّثِ تَتَقَاطَعُ فِى نُقْطَةٍ؟

[جـ] كَرِّرِ الْعَمَلَ السَّابِقَ فِى (ا) ، (ب) عَلَى مُثَلَّثٍ مُنْفَرِجِ الزَّاوِيَةِ.

٥ استخدم الفرجار والمسطرة فى رسم المثلث أ ب جـ الذى فيه أ ب = ٥ سم ، ب جـ = ٦ سم ، جـ أ = ٧ سم ، ء ∈ $\overleftarrow{\text{جـ ب}}$

[أ] ارسم △ ء ب هـ ≡ △ أ

[ب] أكمل : ق (∠ أ ب هـ) = ق (∠ .....)

فى المسائلِ التالية ارسم باستخدامِ الأدوات الهندسيَّة و لا تمح الأقواس:

٦ ارسم $\overline{\text{ب جـ}}$ بطولٍ مناسب، باستخدام الفرجار والمسطرة غير المدرجة نصف $\overline{\text{ب جـ}}$، فى ء ومن ء أقم العمود $\overline{\text{ء أ}}$ على $\overline{\text{ب جـ}}$ ثم ارسم $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ قارن مستخدمًا الفرجار بين طول $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$. ماذا تلاحظ؟

٧ ارسم المثلث أ ب جـ المتساوى الساقين والذى فيه أ ب = أ جـ، باستخدام الفرجار نصف $\overline{\text{ب جـ}}$ فى ء، ارسم $\overline{\text{أ ء}}$ هل $\overline{\text{أ ء}}$ ⊥ $\overline{\text{ب جـ}}$ ؟

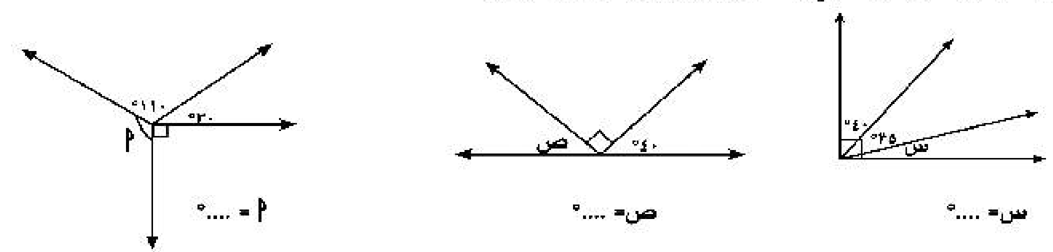
٨ ارسم المثلث س ص ع القائم الزاوية فى ص مستخدمًا المسطرة والفرجار فقط، نصف $\overline{\text{س ع}}$ فى م، ارسم $\overline{\text{ص م}}$ هل م س = م ص = م ع؟ ارسم مثلثات أخرى قائمة الزاوية وكرر نفس الإنشاء هل م س = م ص = م ع؟

اخْتِبَارُ الوَحْدَةِ

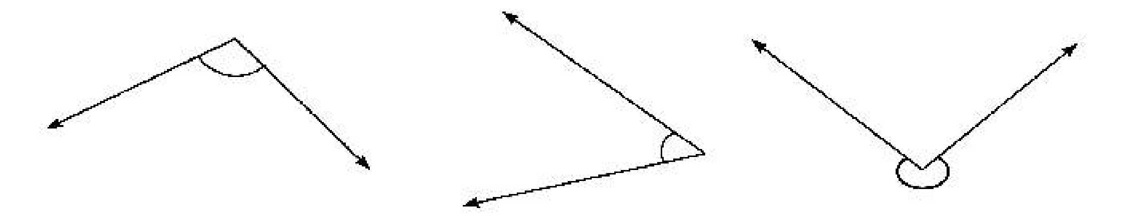
أَجِبْ عَنِ الْأَسْئِلَةِ الْآتِيَةِ:

١ أَكْمِل:

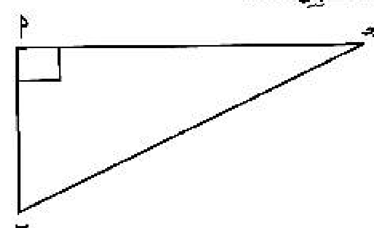
[أ] أَوْجِدْ قِيَاسَ الزَّاوِيَةِ الْمَجْهُولَةِ فِي كُلٍّ مِمَّا يَأْتِي:



[ب] اكْتُبْ عَلَى كُلِّ زَاوِيَةٍ مِنَ الزَّوَايَا التَّالِيَةِ أَقْرَبَ قِيَاسٍ لَهَا مِنَ الْقِيَاسَاتِ التَّالِيَةِ: °٨٠ ، °١٢٠ ، °٢٤٠



[جـ] اكْتُبِ الْقِطْعَةَ الْمُسْتَقِيمَةَ الَّتِي تُعَبِّرُ عَنِ الْوَتَرِ فِي الْمُثَلَّثِ الْمُقَابِلِ ....



٢ [أ] بِاسْتِخْدَامِ الْمِسْطَرَةِ وَالْفِرْجَارِ ارْسُمِ الْمُثَلَّثَ أ ب جـ الَّذِي فِيهِ م ب = م جـ = ٧ سم ، ب جـ = ٦ سم. نَصِّفْ كُلًّا مِنَ الزَّاوِيَتَيْنِ ∠ ب ، ∠ جـ بِمُنَصِّفَيْنِ يَتَقَاطَعَانِ فِي م (لا تَمْحُ الأَقْوَاس) هل م ب = م جـ؟

[ب] ارْسُمِ الْمُثَلَّثَ م ب جـ الَّذِي فِيهِ م ب = م جـ = ٥ سم ، ب جـ = ٦ سم. ثُمَّ ارْسُمْ $\overline{مء} \perp \overline{بجـ}$ حَيْثُ $\overline{مء} \cap \overline{بجـ}$ = { ء } (لا تَمْحُ الأَقْوَاسَ) أَوْجِدْ بِالْقِيَاسِ طُولَ $\overline{مء}$.

٣ ارسم المثلث أ ب جـ، وباستخدام المسطرة غير المدرجة والفرجار نصف كل من $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{أ جـ}}$ فى ى، هـ على الترتيب ارسم $\overline{\text{ى هـ}}$.

[أ] باستخدام الفرجار قس طول $\overline{\text{ى هـ}}$ وتحقق أن ب جـ = ٢ ى هـ.

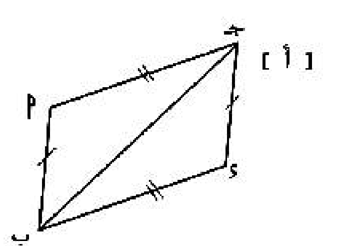
[ب] هل ∠ أ ب جـ ≡ ∠ أ ى هـ؟ ، هل $\overline{\text{ى هـ}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$؟

٤ ارسم المثلث أ ب جـ الذى فيه أ ب = ٤سم، ب جـ = ٥سم، أ جـ = ٦سم

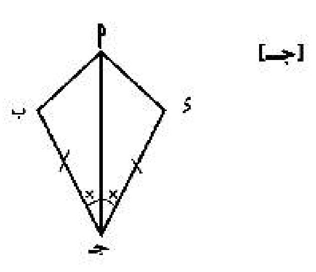
أنشىء الأعمدة المنصفة لأضلاع المثلث - ماذا تلاحظ ؟.

٥ فِي الْأَشْكَالِ الآتِيَةِ اذْكُرِ الْمُثَلَّثَاتِ الْمُتَطَابِقَةَ مَعَ ذِكْرِ السَّبَبِ ثُمَّ اكْتُبْ نَاتِجَ التَّطَابُقِ.

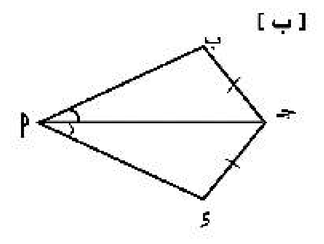
[أ]



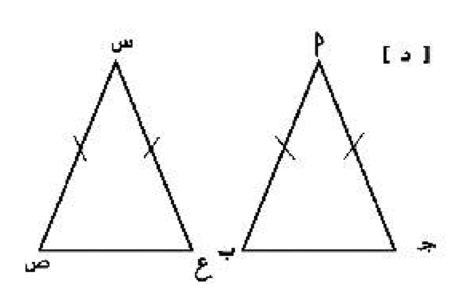
[جـ]



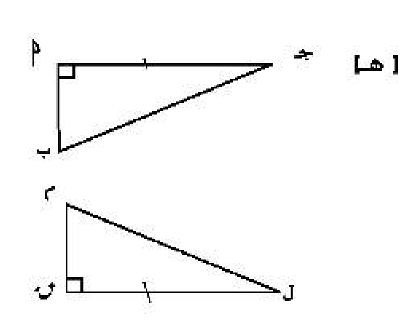
[ب]



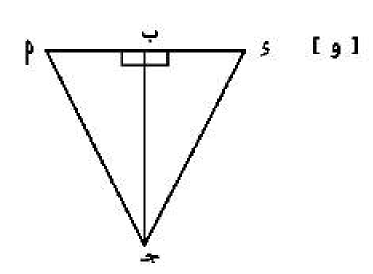
[د]



[هـ]

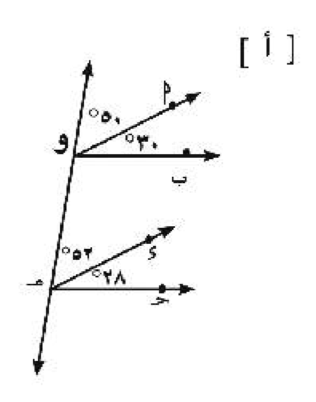


[و]

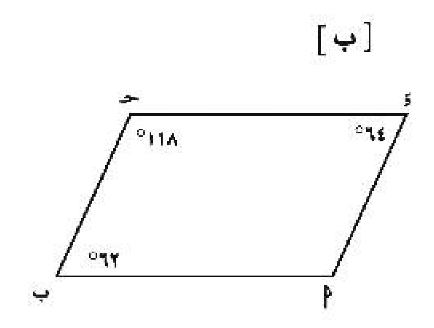


٦ أَوْجِدْ أَزْوَاجَ الْمُسْتَقِيمَاتِ الْمُتَوَازِيَةِ فِي كُلٍّ مِمَّا يَأْتِي:

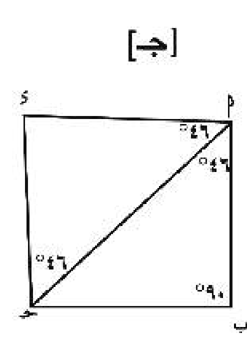
[أ]



[ب]



[جـ]

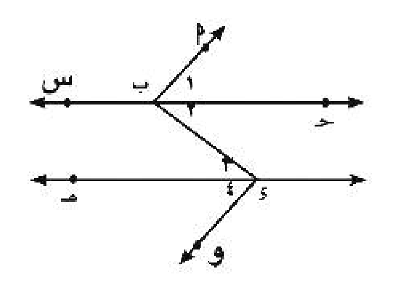


٧ فِي الشَّكْلِ الْمُقَابِل:

ق (∠١) = ق (∠٤) ،

$\overleftrightarrow{بحـ}$ // $\overleftrightarrow{هـ ى}$

هل $\overrightarrow{ب م}$ // $\overrightarrow{ى و}$ ؟ مع ذكر السبب



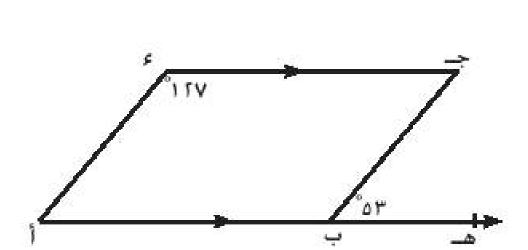
٨ فى الشكل المقابل:

$\overrightarrow{أب}$ // $\overline{ىجـ}$

ق (∠ هـ ب جـ) = ٥٣°

ق (∠ ى) = ١٢٧°

هل $\overline{ب جـ}$ // $\overline{أ ى}$ مع ذكر السبب



٩ فى الشكل المقابل:

$\overrightarrow{أ ب}$ // $\overleftrightarrow{و هـ}$

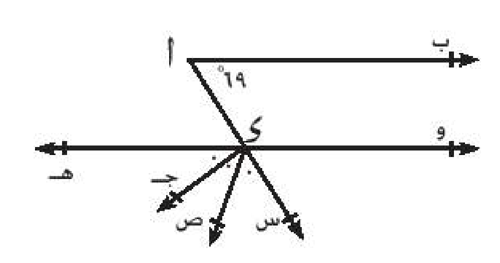
$\overleftrightarrow{و هـ}$ ∩ $\overrightarrow{أ س}$ {ى}

ق (∠ ى أ ب) = ٦٩°

ق (∠س ى ص) = ق (∠ص ى جـ)

= ق (∠جـ ى هـ)

عين ق (∠جـ ى هـ)



نماذج اختبارات
الفصل الدراسى الأول

النموذج الأول

أجب عن الأسئلة الآتية:

(يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

السؤال الأول: أكمل ما يأتي:

١ $٢\frac{١}{٥}$ × .... = ١

٢ إذا كان ترتيب الوسيط لعدد من القيم هو الرابع عشر فإن عدد القيم = ...

٣ ٠,١٨ − ٣٠٪ = ...

٤ ٧ $س^٣$ $ص^٢$ × .... = ٢١ $س^٣$ $ص^٥$

٥ (٢س − ٣) (س + ٥) = ٢$س^٢$ + ... − ١٥

السؤال الثاني:

اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة بين الأقواس:

١ العدد النسبى الذى يقع عند ثلث المسافة بين ٨ , ١٢ من جهة العدد الأصغر هو..........

($٨\frac{١}{٢}$ ، ١٠ ، $٩\frac{١}{٢}$ ، $١٠\frac{٢}{٣}$)

٢ إذا كان المنوال للقيم ٧ , ٥ , س + ٤ , ٥ , ٧ هو ٥ فإن س = ...

(١ ، ٤ ، ٥ ، ٧)

٣ إذا كان △ + □ = ٢٠ , △ + △ + □ = ٣٥ فإن △ = ...

(١٥ ، ٢٠ ، ٥ ، ١٠)

٤ الوسط الحسابى للقيم ١ , ٦ , ٤ , ٨ , ٦ هو ....

(٢٥ ، ٥ ، ٦ ، ٨)

٥ إذا كان $\frac{٢}{٥}$س = ١٠ فإن $\frac{٣}{٥}$س = ...

(٢٥ ، ١٥، ٢٠، ٥)

٦ ٠,٧ + ٠,$\dot{٣}$ = ...

(١، ٣,٧ ، ٠,$\dot{٣}$٧، $١\frac{١}{٣٠}$)

السؤال الثالث:

أ) اطرح:

$٥س^٢ + ص^٢ - ٣$ س ص + ١ من ٦ $س^٢ - ٢$ س ص $+٣ص^٢$

ب) باستخدام خاصية التوزيع وبدون استخدام الآلة الحاسبة أوجد ناتج:

$$\frac{٢٧}{١٦} \times \frac{١١}{٧} + \frac{٢٧}{١٦} \times \frac{١١}{٧} - \frac{٢٧}{١٦} \times \frac{٦}{٧}$$

السؤال الرابع:

أ) اختصر لأبسط صورة: (٢س - ٣) (٢س +٣) +٧

ثم أوجد القيمة العددية للناتج عند س = -١

ب) أوجد ثلاثة أعداد نسبية تقع بين: $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$

السؤال الخامس:

أ) أوجد خارج قسمة: ٢ $س^٣$ + ٣ $س^٢$ - ٤س - ٦ على ٢ س +٣

(ب) الجدول التالى يبين درجات جهاد فى امتحان الرياضة ٦ أشهر دراسية

الشهر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر	فبراير	مارس	أبريل
الدرجة	٣٠	٣٥	٤٢	٣٧	٤٤	٥٠

أوجد الوسط الحسابى للدرجات

النموذج الثانى

أجب عن الأسئلة الآتية:

السؤال الأول أكمل:

(١) ٢٤ س^{٤} ص^{٦} = ٦س^{٢} ص^{٣} × ....

(٢) باقى طرح − ٣ س من ٢ س هو ....

(٣) ١، ١، ٢، ٣، ٥، ٨، .... (بنفس التسلسل)

(٤) إذا كان المنوال لمجموعة القيم ٧، ٥، أ + ٣، ٥، ٧ هو ٧

فأن أ = ...

(٥) ٥ س^{٢} + ١٥ س ص = ٥ س (.......... + ...)

السؤال الثاني: اختر الإجابة من بين الإجابات المعطاة:

(١) الحد الجبرى ٦ س^{٣} ص^{٢} من الدرجة ....

(أ) الثالثة (ب) الرابعة (ج) الخامسة (د) السادسة

(٢) العدد الذى يقع فى منتصف المسافة بين $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٥}{٩}$ هو ....

(أ) $\frac{٢}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٤}$ (ج) $\frac{٤}{٩}$ (د) $\frac{٥}{٢٧}$

(٣) المعكوس الضربى للعدد $(\frac{١}{٢})^{\text{صفر}}$ هو ....

(أ)٢ (ب) −٢ (ج) ١ (د) −١

(٤) إذا كان $\frac{٥}{\text{س}+٢}$ عددا نسبيا فإن س ≠ ....

(أ) −٢ (ب) صفر (ج) ٢ (د) ٥

(٥) الوسيط للقيم ٥، ٤، ٧ هو ....

(أ) ٤ (ب) ٥ (ج) ٧ (د) ١٦

(٦) إذا كان الوسط الحسابى لمجموعة القيم٣، ٥، س + ٢ هو ٤ فإن الوسط الحسابى للقيمتين ٥− س ، ٥+٢ س هو ....

(أ) ٦ (ب) ٤ (ج) ٣ (د) ٢

السؤال الثالث:

(أ) باستخدام خاصية التوزيع أوجد قيمة $\frac{٢}{٧}$ × ٢ + $\frac{٢}{٧}$ × ٦ − $\frac{٢}{٧}$

(ب) أوجد ثلاثة أعداد نسبية تقع بين العددين $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$

السؤال الرابع:

(أ) ما زيادة ٧ س + ٥ ص + ٢ عن ٢س + ٦ص + ع

(ب) أوجد خارج قسمة ١٤ س^{2} ص − ٣٥ س ص^{2} + ٧س ص

على ٧ س ص حيث س ≠ صفر ، ص ≠ صفر

السؤال الخامس:

(أ) اختصر لأبسط صورة: (س − ٣) (س + ٣) + ٩ ثم أوجد قيمة الناتج عندما س = ٥

(ب) إذا كان الوسط الحسابى للقيم ٨ ، ٧ ، ٥ ، ٩ ، ٤ ، ٣ ، ك + ٤ هو ٦

فأوجد قيمة ك

نموذج امتحان لطلاب الدمج

السؤال الأول:

أكمل العبارات التالية

(١) الحد الجبرى (٥ س ص) من الدرجة ....

(٢) (س – ٣) (.......... + ...) = س^{٢} – ٩

(٣) العدد النسبى الذى ليس له معكوس ضربى هو ....

(٤) الوسيط للقيم ٣، ٤، ٥ هو ....

(٥) العدد $\frac{٤}{س}$ يكون نسبيا إذا كانت س ≠ ....

السؤال الثاني:

اختر الإجابة الصحيحة من الإجابات المعطاة

(١) إذا كان $\frac{٤}{٧}$ × س = $\frac{٤}{٧}$ فإن س= ....

أ) ١ ب) صفر ج) ٤ د) ٧

(٢) الوسط الحسابى للقيم ٢، ٣، ٨، ٢، ٥ يساوي ....

أ) ٣ ب) ٢ ج) ٤ د) ٨

(٣) المكوس الجمعى للعدد – ٣ هو ....

أ) – ٣ ب) ٣ جـ) $\frac{١}{٢}$ د) – $\frac{١}{٢}$

(٤) باقى طرح ٧ س من ٩ س يساوي ....

أ) ٢س ب) ١٦ س جـ) –٢س د) صفر

(٥) المنوال للقيم ٣، ٣، ٤، ٤، ٥، ٣

أ) ٤ ب) ٢٢ جـ) ٥ د) ٣

السؤال الثالث:

أولاً: باستخدام خاصية التوزيع أكمل لإيجاد $\frac{٥}{٧} \times ٨ + \frac{٥}{٧} \times ٥ + \frac{٥}{٧}$

$\frac{٥}{٧}$ (.......... + ... + ...)

$\frac{٥}{٧}$ (..........) = ...

ثانيا: إذا كان أ = $\frac{١}{٢}$ ، ب = −٢ **أكمل ما يلى:**

✸ ب ÷ أ = (..........) ÷ (..........)

= (..........) × (..........) = ...

السؤال الرابع:

ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (✗) أمام العبارة الخاطئة

(١) خارج قسمة ١٢ $س^{٤}$ + ٦ س على ٦ س يساوى ٢ $س^{٣}$ +١ ( )

(٢) العامل المشترك الأعلى للمقدار ١٥$س^{٥}$ + ٥ س هو ٥ $س^{٥}$ ( )

(٣) العدد النسبى الذى يقع بين $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{٣}{٤}$ هو $\frac{١}{٢}$ ( )

(٤) ٥ س + ٣ س = ٨ س ( )

(٥) إذا كان $(س + ٤)^{٢}$ = $س^{٢}$ + ك +١٦ فإن ك = ٤ س ( )

السؤال الخامس:

صل من العمود (أ) بما يناسبه من العمود (ب)

(أ)	(ب)
١) إذا كان $\frac{س - ٧}{٥}$ = صفر فإن س = ...	٣
٢) ٣$س^{٢}$ + ١٥ص = ... ($س^{٢}$ +٥ص)	٧
٣) (٣ س + ٥) + (٤س − ٥)	٥٠
٤) $\frac{١}{٢}$ = ... ٪	١
٥) إذا كان $\frac{أ}{ب}$ = $\frac{١}{٢}$ فإن $\frac{٢أ}{ب}$ = ...	٧س

نماذج اختبارات الهندسة للفصل الدراسى الأول

النموذج الأول

(يسمح باستخدام الآلة الحاسبة)

أجب عن الأسئلة الآتية:

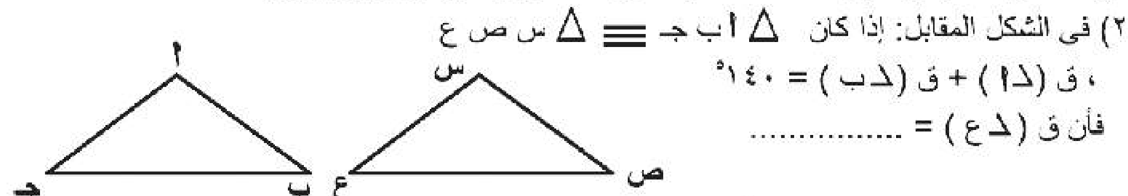
السؤال الأول: أكمل ما يأتي:

١) المستقيم العمودى على القطعة المستقيمة من منتصفها يسمى ....

٢) فى الشكل المقابل: إذا كان △ أ ب جـ ≡ △ س ص ع

، ق (∠أ) + ق (∠ب) = ١٤٠°

فأن ق (∠ع) = ...

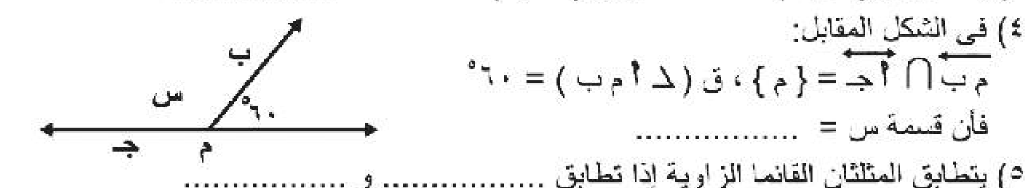


٣) إذا كان ق (∠ب) = ١٠٥° فأن ق (∠ب) المنعكسة = ...

٤) فى الشكل المقابل:

م ب ⋂ أ جـ = {م} ، ق (∠ أ م ب) = ٦٠°

فأن قسمة س = ...



٥) يتطابق المثلثان القائما الزاوية إذا تطابق .... و ....

السؤال الثاني: اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة بين الأقواس:

١) إذا كان ق (∠س) = ق (∠ص)، ∠س ، ∠ص زاويتين متكاملتين فأن ق (∠س) =

(٤٥° ، ٩٠° ، ١٣٥° ، ١٨٠°)

٢) فى الشكل المقابل:

س ص // د هـ // ب جـ ، أ هـ = هـ جـ

فأن أ د : أ ب = ... : ....

(٢ : ١ ، ٣ : ٢ ، ١ : ٣ ، ١ : ٢)

٣) المستقيمان العموديان على ثالث يكونان

(متعامدان ، متقاطعان ، متوازيان ، متطابقان)

٤) الزاويتان المتتامتان المتساويتان في القياس قياس كل منهما =

(١٨٠° ، ٤٥° ، ٣٦٠° ، ٩٠°)

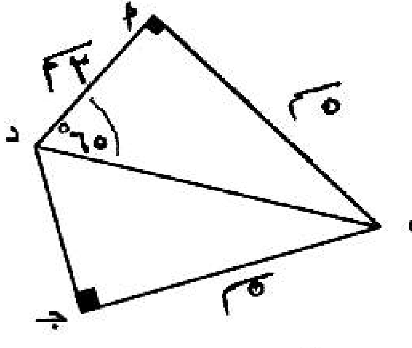
٥) إذا تقاطع مستقيمان فأن كل زاويتين .... متساويتين فى القياس

(متناظرتين ، متبادلتين ، متقابلتين بالرأس ، متجاورتين)

٦) إذا كان △ أ ب جـ ≡ △ ل م ن فإن ق (∠ أ ب جـ) = ق (∠ ....)

(ل م ن ، م ل ن ، ل ن م ، ن ل م)

السؤال الثالث



أ) فى الشكل المقابل : ق (∠ أ د ب) = ٦٥°

ق (∠ ب أ د) = ق (∠ د ب جـ د) = ٩٠°

أ ب = جـ ب = ٥ سم ، أ د = ٣ سم

أذكر شروط تطابق △ أ ب د ، △ جـ ب د

أوجد طول $\overline{\text{جـ د}}$ ، ق (∠ د ب جـ)

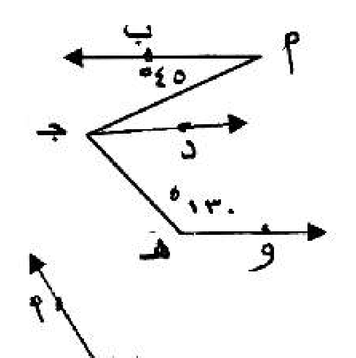
ب) فى الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{\text{أ و}}$ // $\overline{\text{د هـ}}$ // $\overline{\text{س ص}}$ // $\overline{\text{ب جـ}}$ ،

أ د = د س = س ب ، أ جـ = ٩ سم

أوجد طول $\overline{\text{أ ص}}$ مع ذكر السبب

السؤال الرابع:



أ) فى الشكل المقابل :

$\overleftrightarrow{\text{أ ب}}$ // $\overleftrightarrow{\text{جـ د}}$ // $\overleftrightarrow{\text{هـ و}}$ ، ق (∠ أ) = ٤٥°

ق (∠ هـ) = ١٣٠°

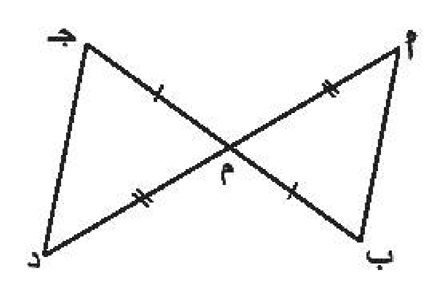
أوجد ق (∠ أ جـ هـ)

ب) فى الشكل المقابل :

ق (∠ أ م ب) = ١١٠° ، ق (∠ أ م د) = ٩٠°

، ق (∠ د م جـ) = ٤٠° أوجد مع كتابة الخطوات ق (∠ ب م جـ)

السؤال الخامس:



أ) فى الشكل المقابل : $\overline{أد} \cap \overline{بجـ}$ = { م }

ب م = م جـ ، أ م = م د

أكتب الشروط التى تجعل

△ أ م ب ≡ △ د م جـ

ب) باستخدام الادوات الهندسية ارسم ∠ أ ب جـ قياسها ١١٠° أرسم الشعاع

$\overrightarrow{بو}$ ينصف الزاوية الى زاويتين متساويتين فى القياس

النموذج الثانى

أجب عن الأسئلة الآتية:

السؤال الأول: أكمل:

(١) مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة = ...°

(٢) إذا قطع مستقيم مستقيمين متوازيين فإن كل زاويتين متناظرتين ....

(٣) إذا كان ق (∠أ) = ١١٠ ° فإن ق (∠أ) المنعكسة = ... °

(٤) يتطابق المثلثان القائما الزاوية إذا تطابق ....

(٥) الزاويتان المتجاورتان الحادثتان من تقاطع شعاع ومستقيم ....

السؤال الثاني: اختر الإجابة من بين الإجابات المعطاة:

(١) إذا كان ∠س تتمم ∠ص وكان س ≡ ص فإن ق (∠س) = ...

(أ) ٤٥ °   (ب) ٩٠ °   (ج) ١٨٠ °   (د) ٣٦٠ °

(٢) عدد المثلثات الموجوده بالشكل ☒ هو ....

(أ) ٤   (ب) ٦   (ج) ٧   (د) ٨

(٣) إذا كانت النسبة بين قياسا زاويتان متكاملتان ٥ : ١٣ فإن قياس الزاوية الصغرى ....

(أ) ٥٠ °   (ب) ١٣٠ °   (ج) ١٥٠ °   (د) ١٨٠ °

(٤) Δ أ ب حـ ≡ Δ س ص ع وكان ق (∠أ) + ق (∠ب) = ١٠٠ ° فإن ق (∠ع) = ...

(أ) ٥٠ °   (ب) ٨٠ °   (ج) ٩٠ °   (د) ١٠٠ °

(٥) المستقيمان المتعامدان على ثالث في نفس المستوى يكونا

(أ) متقاطعان   (ب) متعامدان   (ج) متوازيان   (د) غير ذلك

(٦) الشكل الذى لا يتطابق مع الشكل المقابل

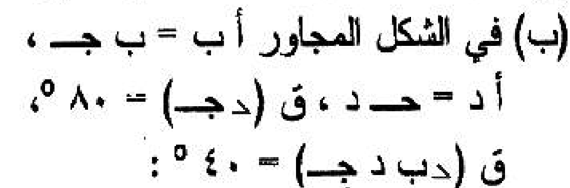
هو الشكل رقم ....

(أ) ١   (ب) ٢   (جـ) ٣   (د) ٤

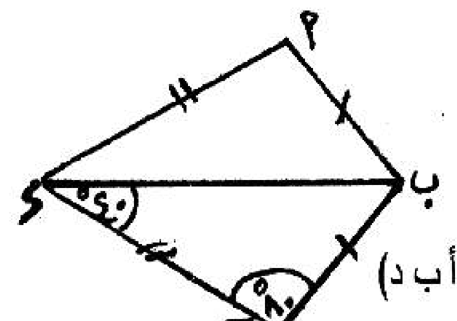
السؤال الثالث



(أ) أذكر حالتين من حالات تطابق مثلثين؟



(ب) في الشكل المجاور أ ب = ب جـ ،
أ د = حـ د ، ق (∠د جـ) = ٨٠ °،
ق (∠ب د جـ) = ٤٠ ° :
هل Δ حـ ب د ≡ Δ أ ب د ولماذا،ثم أوجد ق(∠أ ب د)

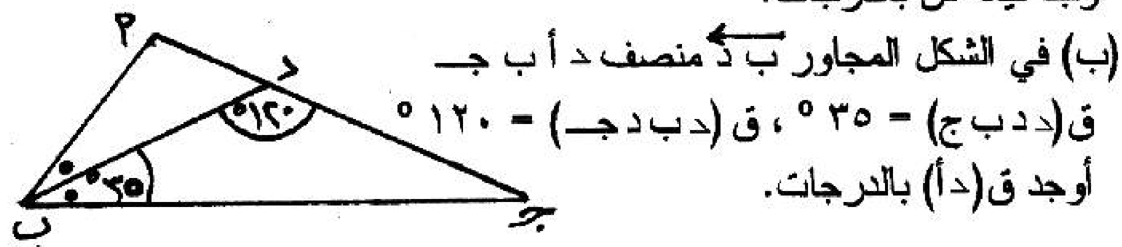


السؤال الرابع:

(أ) في الشكل المجاور $\overleftrightarrow{د هـ}$ // $\overline{أ جـ}$ ، ق ($\hat{أ}$) = ١١٠ °
ق (∠د)=٧٠ ° أوجد ق (∠ج) وهل $\overline{أ ب}$ // $\overline{جـ د}$
مع ذكر السبب.

(ب) **باستخدام الأدوات الهندسية ارسم زاوية أ ب حـ**
حيث ق (∠ب) =٨٠° ثم أرسم $\overrightarrow{ب د}$ منصفا لها (لا تمحو الأقواس)

السؤال الخامس:



(أ) في الشكل المقابل $\overleftrightarrow{أ جـ}$ ∩ $\overleftrightarrow{ب د}$ = {ب} ،
ق(∠أ ب د) = ٥٠ ° ، ق(∠د ب جـ) = ٢س °
أوجد قيمة س بالدرجات.

(ب) في الشكل المجاور $\overrightarrow{ب د}$ منصف ∠ أ ب جـ
ق(∠د ب ج) = ٣٥ ° ، ق (∠ب د جـ) = ١٢٠ °
أوجد ق(∠أ) بالدرجات.

نموذج امتحان الهندسة للطلاب المدمجين

السؤال الأول:

أكمل العبارات التالية لتصبح صحيحة

(١) إذا كان ق (∠ أ) = ١٠٠° فإن ق (∠ أ) المنعكسة = ...°

(٢) الزاوية التي قياسها ٥٠° تتمم زاوية قياسها ....°

(٣) المستقيمان الموازيان لثالث ....

(٤) يتطابق المثلثان إذا تطابق ضلعان و ....

(٥) إذا كان Δ أ ب جـ ≡ Δ س ص ع فإن ق(∠ ع) = ق(∠ ....)

السؤال الثاني:

إختر الإجابة الصحيحة من الإجابات المعطاة

(١) مجموع قياسات الزوايا المتجمعة حول نقطة يساوي ....

أ) ٦٣٠° ب) ١٨٠° ج) ٩٠° د) ٣٦٠°

(٢) محور تماثل القطعة المستقيمة يكون ....

أ) عمودي عليها من منصفها ب) موازي لها ج) مساوي لها د) مطابق لها

(٣) مكملة الزاوية التي قياسها ٣٠° هي ....

أ) ٦٠° ب) ١٨٠° ج) ١٥٠° د) ٩٠°

(٤) الزاوية التي قياسها أكبر من ٩٠° و أقل من ١٨٠° هي زاوية ....

أ) منفرجة ب) حادة ج) قائمة د) مستقيمة

(٥) إذا كان Δ أ ب جـ ≡ Δ س ص ع فإن أ ب = ...

أ) س ص ب) س ع ج) ص ع د) ب جـ

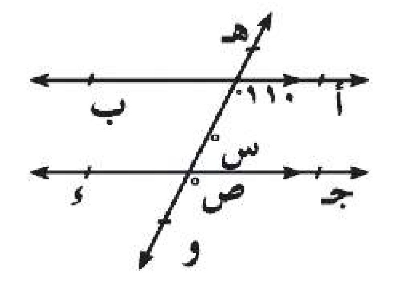
السؤال الثالث:

ضع علامة (✓) أمام العبارة الصحيحة وعلامة (x) أمام العبارة الخاطئة :

(١) يتطابق المثلث القائم الزاوية مع المثلث المتساوى الأضلاع ( )

(٢) الزاويتان اللتان قياسيهما ١٠٠° ، ٨٠° هما زاويتان متكاملتان ( )

من الشكل المقابل

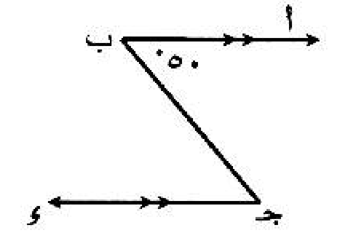


(أ) $\overleftrightarrow{أب} // \overleftrightarrow{هـ و}$ ( )

(ب) س = ٧٠° ( )

(جـ) ص = ١٨٠° ( )

السؤال الرابع:



أولا : في الشكل المقابل : ق (∠ أ ب جـ) = ٥٠°

، $\overleftarrow{ب أ} // \overleftarrow{جـ ء}$ **أكمل الحل لإيجاد** ق (∠ ب جـ ء)

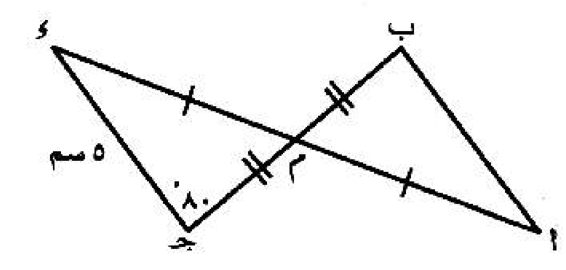
لأن $\overleftarrow{ب أ}$ // ....

فإن ق (∠ أ ب جـ) = ق (∠ ....)

ق (∠ ب جـ ء) = ...°



ثانيا : بالاستعانة بالشكل المقابل **أكمل ما يلي**



(١) Δ أ ب م ≡ Δ ....

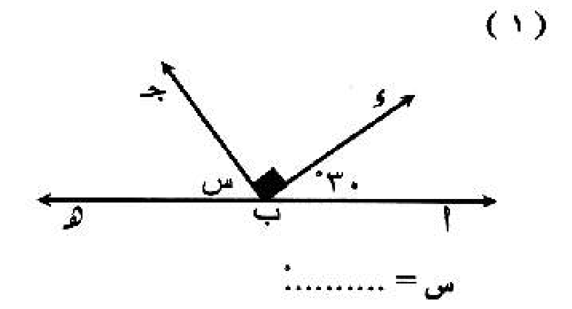
(٢) أ ب = ... سم

(٣) ق (∠ ب) = ...°

السؤال الخامس:

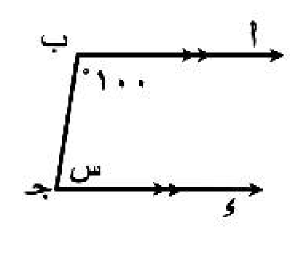
(أ) في كل من الأشكال التالية أوجد قيمة س

(١)



س = ...°

(٢)



س = ...°

(٣)

ب أ ٨٠° ء جـ س و هـ

س = ...°

(٤)

ء أ س ب م ٥٠° جـ

س = ...°

(ب) فى الشكل المقابل

إذا كان Δ أ ب جـ ≡ Δ ء هـ أ

، أ هـ = ٣سم ، ء هـ = ٤سم

فإن ب هـ = ... سم

